

## 区间熵理论在地铁工程定量风险评估中的应用\*

张晓斌<sup>1</sup> 李俊伟<sup>2</sup> 吕培印<sup>2</sup> 朱俊平<sup>3</sup>

(1. 运城学院应用化学系, 044099, 运城; 2. 北京城建设计发展集团股份有限公司, 100037, 北京;

3. 成都轨道交通集团有限公司, 610041, 成都//第一作者, 副教授)

**摘 要** 基于信息熵权理论, 提出采用区间熵理论定量计算风险事件发生概率及其潜在损失的基本方法, 推导出区间熵和熵权公式, 给出风险分析步骤, 实现了对风险发生概率和损失的统一区间表达与计算, 并可利用风险评价矩阵法确定风险等级。最后, 以某地铁盾构法施工风险分析为例, 通过计算, 验证了所提出的区间熵理论在工程风险定量分析中的应用是可行的。

**关键词** 地铁施工; 区间熵; 不确定性; 专家调查法; 概率与损失计算

**中图分类号** TU714:U231

**DOI**: 10.16037/j.1007-869x.2020.08.009

## Application of Interval Entropy Theory in Metro Engineering Quantitative Risk Assessment

ZHANG Xiaobin, LI Junwei, LYU Peiying

**Abstract** Based on the theory of information entropy weight, a basic approach is proposed, which quantitatively calculates the probability of risk occurrence and the potential loss with interval entropy theory, then the interval entropy and an entropy weight formula are deducted. Through risk analysis steps, the unified interval expression and calculation of risk probability and loss are realized, and the risk estimation matrix is used to determine the risk levels. Finally, according to the risk analysis of a metro shield construction, the calculation verifies the application feasibility of interval entropy theory in quantitative assessment of engineering risks.

**Key words** metro construction; interval entropy; uncertainty; expert investigation method; risk probability and loss assessment

**First-author's address** Department of Applied Chemistry, Yuncheng College, 044099, Yuncheng, China

工程风险评估始于 20 世纪 50 年代末。1956 年, A. Casagrande 提出了土木和基础工程中的风险

计算问题<sup>[1]</sup>, 标志着岩土工程风险分析研究的开始。隧道及地下工程风险分析领域的代表人物 H. H. Einstein 于 1974 年指出了隧道工程风险分析的特点和应遵循的理念<sup>[2]</sup>, 并于 1996 年提出定量风险评估的方法<sup>[3]</sup>。此后, 随着国外地铁及隧道工程的不断建设, 工程风险评估成果和风险管理理念在实践中得以应用, 相关研究取得了长足的进步<sup>[4]</sup>; 然而相关成果多以风险管理理论框架和理念的建立及定性研究为主, 定量研究主要侧重于结构和岩土体介质材料的可靠度计算方面<sup>[5-6]</sup>。

近年来, 国外学者将研究重点转向定量风险评估领域, 文献[7]研究了定量风险评估原理及应用, 所提出 F-N 图比较适用于计算概率与实际发生事故概率。文献[8]应用层次分析法(AHP)对加拿大魁北克金矿开挖时的风险进行了分析评价。

20 世纪 80 年代初, 国内学者对工程风险分析的阐述以理念建立和定性分析为主。其中, 对风险的定量计算主要采用可靠度理论, 包括事故概率分析、可靠度分析。进入 21 世纪, 随着可靠度理论和评价方法日益成熟, 学者们引入了模糊数学、层次分析法、蒙特卡洛模拟法、神经网络法等方法, 使定量风险评估的研究日益广泛和丰富。文献[9]提出将热力学中“熵”的概念引入风险评价和决策中, 为评价目标的不确定性提供了一种新的验证手段。文献[10]提出采用“熵”度量地下工程风险的方法。在信息工程领域, 有学者也提出采用信息熵理论, 开展信息安全风险评估的方法, 并通过试验和仿真, 验证了这种评估模型的可行性<sup>[11-12]</sup>。还有学者<sup>[13]</sup>采用逼近理想解排序法(TOPSIS)处理模糊信息, 提出采用区间数可充分利用原有信息数据, 从而在一定程度上避免信息的缺失, 为解决专家评估时的权威性提供新的方案, 可较好地应用到信

\* 科技部重大专项课题(2017YFC0805408); 运城学院博士科研项目(YQ-2020003)

息安全风险评估领域。

20 世纪 90 年代末,地铁工程安全事故不断增多,风险评估开始受到高度关注而快速发展,并逐渐成熟。21 世纪以来,地下工程领域风险管理研究取得了丰硕的成果,并广泛应用到工程实践<sup>[5]</sup>,GB 50652-2011《城市轨道交通地下工程建设风险管理规范》也得以颁布实施。

目前,地铁工程风险评估常采用专家调查法进行定性分析,但在定量计算风险发生概率和损失并确定风险等级方面研究成果仍相对较少。且在数据样本缺少的条件下,采用专家调查法进行风险估计时,传统的数据处理方法会使专家经验信息丢失,风险因素评价指标的权重误差积累会导致分析结果偏离实际,工程风险的不确定性难以从本质上得以客观反应。

为充分利用专家调查信息,全面评估和揭示工程风险的系统不确定性,本文应用信息论原理,在信息熵理论基础上,提出采用“区间熵”概念,并推导了其计算公式和风险分析步骤,提出地铁工程中风险分析的区间熵模型。

## 1 基于熵权理论的定量风险估计

信息熵可用来度量系统或随机事件的不确定性程度。根据指标变异性的可确定对象的权重<sup>[9]</sup>。1948 年,C.E.Shannon 提出采用信息熵表示信息源输出前的平均不确定度<sup>[12]</sup>。1957 年,E.T. Jaynes 提出最大信息熵原理,并定义了信息熵的计算公式:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i = H(\vec{P}) \quad (1)$$

式中:

$H(X)$ ——随机事件  $X$  的信息熵;

$p_i$ ——随机事件第  $i$  种状态可能发生的概率,

且  $0 \leq p_i \leq 1, i=1, 2, \dots, n$ , 且  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ 。

根据最大信息熵原理,当  $H(X)$  取极大值时,对应的一组状态出现概率占绝对优势。这就是可用信息熵表示各风险因素的理论依据<sup>[15]</sup>。

按照信息熵原理,人们在决策中获得信息的多少和质量,是决策的精度和可靠性大小的决定因素之一。而在项目评估或多目标决策中,人们常常要考虑每个评价指标的相对重要程度。表示重要程度最直接和简便的方法是给各指标赋予权重。而

熵权用于不同决策过程的评价是一个很理想的尺度。

基于熵权理论的风险分析原理为:对一个多指标评价问题,设有  $m$  个评价指标, $n$  个评价方案(本文指各专家调查成果),依照专家调查法程序,构建如下评价矩阵  $Z$ :

$$Z = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

对  $Z$  做规范化处理,得到评价矩阵  $A$ :

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \quad (3)$$

则第  $i$  个评价指标的熵为:

$$H_i = -k \sum_{j=1}^n f_{ij} \ln f_{ij}, i=1, 2, \dots, m \quad (4)$$

式中:

$k$ ——与  $n$  有关的系数,  $k = \frac{1}{\ln n}$ , 可使  $0 \leq H_i \leq 1$ ;

$f_{ij}$ ——经规范化后的专家评价指标值,  $f_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^n a_{ij}}$

且假定当  $f_{ij} = 0$  时,  $f_{ij} \ln f_{ij} = 0$ 。

那么,第  $i$  个指标的熵权为<sup>[9]</sup>:

$$\omega_i = \frac{1 - H_i}{m - \sum_{i=1}^m H_i} \quad (5)$$

式中:

$H_i$ ——第  $i$  个指标的熵;

$m$ ——评价指标的个数。

从式(5)可以看出:指标的熵越大,其熵权就越

小,该指标就越不重要;  $0 \leq \omega_i \leq 1$ , 且  $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ 。

按照熵的思想,在评价方案中,各指标提供信息的多少和质量,决定了该指标在决策中的相对重要程度。当各评价方案在第  $i$  个指标上的值完全相同时,熵值达到最大值 1,熵权为零,说明该指标向决策者未提供任何有用信息,可以不加考虑。当各被评价方案在第  $i$  个指标上的值相差较大,熵值较小、熵权较大时,说明各方案在该指标上有明显差异,该指标向决策者提供了有用的信息,应重点考虑。此外,各指标的熵权值不是固定不变的,而是随着评价方案的变化而变化的。所以,熵权可用来表示各评价指标的重要性,是一个很理想的尺度,

既能体现各指标的相对重要度,又带有最少的主观性,较为客观。

因此,在 $(m,n)$ 评价问题中,评价问题的风险计算值 $R$ 为<sup>[9-10]</sup>:

$$R = \sum_{i=1}^m \omega_i \cdot H_i \quad (6)$$

式中:

$\omega_i$ ——第 $i$ 个评价指标的权重。

## 2 区间熵的提出

### 2.1 区间熵的定义

根据信息熵理论,如果一个随机系统所有状态发生的概率是已知的,即 $p_i (i=1,2,3, \dots m)$ 已知,则根据信息熵的公式(1)可以计算出这个系统的熵。但实际上,系统所有状态发生的具体概率往往很难确定,而得到概率的发生区间比具体的概率值 $p_i$ 相对容易。这里如果概率是个区间值,那么对应的熵应该如何计算呢?显然,熵也是一个区间值。

这里系统评价指标的区间概率首先应满足:

$$\sum_{i=1}^n \min(p_i) \leq 1 \leq \sum_{i=1}^n \max(p_i) \quad (7)$$

式中:

$\min(p_i), \max(p_i)$ ——分别表示系统所有可能发生概率的最小值和最大值。

则对应的系统区间概率的信息熵由下列两个公式计算得到:

$$H_{\max} = - \sum_{i=1}^n A(p_i) \ln[\min(p_i)] \quad (8)$$

$$H_{\min} = - \sum_{i=1}^n A(p_i) \ln[\max(p_i)] \quad (9)$$

式中:

$$A(p_i) = \frac{\min(p_i) + \max(p_i)}{2} \quad (10)$$

则对应于区间概率的系统熵也为一个区间值,即:

$$H = [H_{\min}, H_{\max}] \quad (11)$$

### 2.2 基于专家调查法的区间熵风险分析模型

地铁工程建设过程复杂,容易受到周边环境的影响,存在众多不确定性因素和不利条件,因而面临诸多风险。为较客观地反映地铁工程的不确定性,和工程风险的本质,本文依照 GB 50652—2011《城市轨道交通地下工程建设风险管理规范》中对风险发生概率和损失等级的区间表达形式,采用专家调

查法,对调研得到的数据采用信息熵理论进行分析,对评价指标的不确定性和指标权重采用区间熵度量,从而实现评价指标导致风险发生的概率和潜在损失风险的区间估计。具体风险分析步骤如下。

第一步:首先通过专家调查法得到各专家对风险因素评价指标发生概率和后果的区间打分值。假定对由 $m$ 个风险因素组成的风险评估问题,请 $n$ 个专家进行调查,打分给出每个风险因素发生概率和后果的区间,得到该评估问题的两参数风险概率区间评价矩阵 $Z_p$ 和风险后果区间评价矩阵 $Z_c$ 。

第二步:据式(10)和(11)计算各风险因素发生概率和后果的区间熵 $H_p = [\min(H_{p,i}), \max(H_{p,i})]$ 和 $H_c = [\min(H_{c,i}), \max(H_{c,i})]$ ,其中各专家的重要程度按等权重考虑。

第三步:根据式(7)计算各指标的权重 $\omega_p = [\min(\omega_{p,i}), \max(\omega_{p,i})]$ 和 $\omega_c = [\min(\omega_{c,i}), \max(\omega_{c,i})]$ ;对于多指标评价问题,常常需要考虑每个指标的相对重要程度,本文采用所提出的熵权区间值作为度量尺度。

第四步:利用上述计算的指标区间熵和权重,根据式(8)计算工程建设过程中风险发生概率和后果的综合区间值:

$$R_p = [\min(R_p), \max(R_p)], \\ R_c = [\min(R_c), \max(R_c)] \quad (12)$$

第五步:依据计算得到的风险发生概率和损失的区间值,确定相应的风险等级。

据式(12)计算出的风险值,具有如下特征:

1) 根据熵和权重 $\sum \omega_i = 1$ 及 $0 \leq H_i \leq 1$ 的特点,则风险 $R \in [0, 1]$ 。

2)  $R$ 值非常小(接近于零),表明该评价问题几乎是确定性的,没有任何风险可言。

3) 当 $R$ 达到最大值1时,表明该评价问题是在拥有最小信息量情况下进行评价,这时所有指标的熵 $H_i = 1$ ,即所有评价对象的各指标值相同,做出任何的排序都具有很大风险,这时必须重新获取信息,有效的方法是增加新的评价指标。

4) 熵能用来度量获得信息中有用的信息量。

## 3 区间熵风险分析模型应用

### 3.1 风险辨识

专家调查法是一种常用的风险辨识方法。由

于地铁工程中缺乏较为完整的事件或险情统计样本,专家调查法成为风险辨识方法中一种最常用、最简单易用的方法。本文以某市地铁盾构法区间掘进施工为例,采用专家调研、头脑风暴、层次分析法等方法,通过多次现场调研和查阅工程勘察设计资料,与多位专家反复征询和反馈,确定了盾构法掘进施工的主要风险因素如图 1 所示。

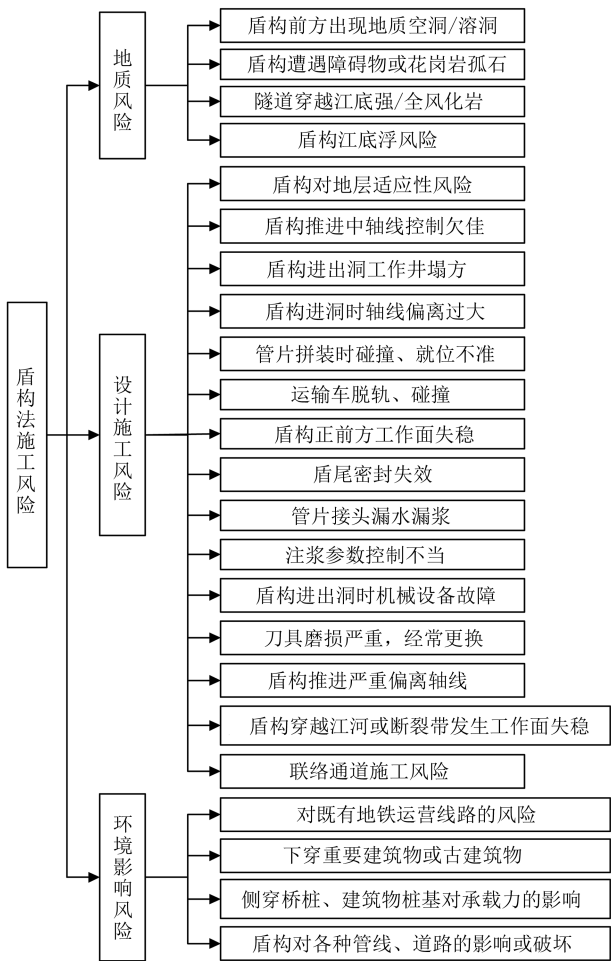


图 1 盾构掘进施工的主要风险因素图

3.2 风险分析

风险分析的主要内容是计算风险发生的概率和损失。本文以此为基础,采用专家调查法,选取 5 位专家,即以  $j=1,2,\cdots,5$  表示,对图 1 中 23 项风险因素  $u_i(i=1,2\cdots 23)$  打分评价,其中风险因素发生概率的分级标准见表 1<sup>[14]</sup>。利用本文提出的区间

表 1 风险发生概率分级标准

项目	等级 1	等级 2	等级 3	等级 4	等级 5
可能性	频繁的	可能的	偶尔的	罕见的	不可能的
发生概率	$>0.1$	$0.01< \leq 0.1$	$0.001< \leq 0.01$	$0.000 1< \leq 0.001$	$\leq 0.000 1$

熵风险分析模型,计算盾构掘进施工风险事件发生的区间概率。对于风险事件发生后的潜在损失的区间值计算过程与此类似,下文不作赘述。

根据本文提出的计算模型和计算步骤,对盾构法施工风险发生概率进行计算。

第一步:按表 1 中的风险发生概率分级标准,专家评价结果见表 2。采用表 1 中对应等级的区间表达,得到风险发生概率的区间评价矩阵  $Z_p$ 。

表 2 风险发生概率等级专家评价结果

风险因素 $u_i$	$P_{ij}$				
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$
$u_1$	4	4	2	3	2
$u_2$	3	4	2	4	4
$u_3$	2	4	2	4	3
$u_4$	2	1	2	3	3
$u_5$	4	4	4	4	4
$u_6$	5	4	2	3	3
$u_7$	2	3	2	4	3
$u_8$	2	3	2	3	2
$u_9$	5	3	2	3	3
$u_{10}$	5	3	2	3	3
$u_{11}$	2	3	2	3	2
$u_{12}$	2	3	2	3	3
$u_{13}$	5	3	2	3	3
$u_{14}$	5	4	2	3	2
$u_{15}$	1	3	2	3	2
$u_{16}$	5	4	2	4	2
$u_{17}$	2	3	2	3	2
$u_{18}$	4	3	2	4	2
$u_{19}$	2	4	2	3	5
$u_{20}$	3	4	2	4	3
$u_{21}$	2	4	2	4	3
$u_{22}$	4	4	2	4	3
$u_{23}$	4	3	2	4	3

第二步:分别计算各评价指标的区间熵和各指标权重的区间值,如下:

$$H_{P,盾构}=[\min(H_{p,i}),\max(H_{p,i})]$$
$$\omega_{p,盾构}=[\min(\omega_{p,i}),\max(\omega_{p,i})]$$

第三步:根据式(6)计算盾构法隧道掘进施工主要风险发生概率的风险区间值。

$$R_{P,盾构}=[0.017\ 9,0.064\ 8]$$

即对于该评价对象,盾构法隧道掘进施工发生风险的概率的区间值为  $[1.79\%,6.48\%]$ ,对应表 1 中的风险等级为 2 级。

4 结语

基于专家调查法的区间熵权理论风险分析方法是一种定性与定量相结合的方法,解决了专家凭其专业工程经验给定某一具体风险发生概率和损

失值的困难。本文提出对风险发生的概率与损失采用区间值表示,并基于信息熵理论,提出区间熵概念,推演了区间熵理论计算式,并依据专家调查法中各位专家为工程风险分析评价指标提供信息量的多少,计算各评价指标的权重区间,确定评价对象的风险值的区间表达,实现了与现行国家标准中风险分级采用区间表达相统一。

## 参考文献

- [1] CASAGRANDE A. Role of the calculated risk in earthwork and foundation engineering[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1965(4): 1.
- [2] EINSTEIN H H, VICK S G. Geological model for a tunnel cost model. [J]. Proc Rapid Excavation and Tunneling Conf, 1974(2): 1701.
- [3] EINSTEIN H H. Risk and risk analysis in rock engineering. [J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1996(11): 131.
- [4] 胡群芳. 基于地层变异的盾构隧道工程风险分析及其应用研究[D]. 上海: 同济大学, 2006.
- [5] 黄宏伟. 隧道及地下工程建设中的风险管理研究进展[J]. 地下空间与工程学报, 2006(1): 13.
- [6] 黄宏伟, 顾雷雨. 基坑工程风险管理研究进展[J]. 岩土工程

学报, 2008(增刊1): 651.

- [7] HO K, LEROI E, ROBERDS B. Quantitative Risk Assessment: Application, Myths And Future Direction[C]//International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering, ISRM International Symposium. Melbourne, Australia; ISRM. 2000.
- [8] BADRI A, NADEAU S, GBODOSSOU A. A new practical approach to risk management for underground mining project in Quebec[J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2013(6): 1145.
- [9] 邱苑华. 管理决策与应用熵学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2001.
- [10] 李俊伟, 黄宏伟. 熵度量法在地下工程风险分析中的应用初探, 地下空间与工程学报, 2005(6): 925.
- [11] 黄玉洁, 唐作其, 梁静. 基于信息熵与三参数区间的信息安全风险评估[J]. 计算机工程, 2018(12): 178.
- [12] 汤永利, 徐国爱, 姐心忻, 等. 基于信息熵的信息安全风险分析模型[J]. 北京邮电大学学报, 2008(2): 50.
- [13] JAYNES E T. Information theory and statistical mechanics[J]. The Physical Review, 1957(4): 620.
- [14] SHANNON C E. A mathematical theory of communication[J]. The Bell System Technical Journal, 1948(1): 379.
- [15] 杨姗姗. 信息安全风险分析方法与风险感知实证研究[D]. 北京: 中央财经大学, 2015.

(收稿日期: 2020-02-07)

(上接第34页)

1) 在常州地层条件下, 盾构掘进引起的地表沉降曲线符合 Peck 曲线, 单线施工沉降在 3.97~16.20 mm 之间, 平均沉降值在 10.00 mm 以内; 地层损失率在 0.30%~1.23% 之间, 平均地层损失率为 0.68%。

2) 地表最大沉降量随隧道埋深的增大而减小, 沉降槽宽度系数与隧道埋深线性相关。

3) 隧道拱顶覆土为粉质黏土断面的沉降和地层损失率明显大于拱顶覆土为粉砂的断面, 但是沉降槽宽度系数较拱顶覆土为粉砂时的小。

4) 隧道同步注浆量和土仓压力对地表沉降影响较大, 地表最大沉降量、地层损失率均随着同步注浆量增加而减小; 地表最大沉降量和地层损失率随着土仓压力增加而减小, 但是沉降槽宽度系数随之增大, 且拱顶覆土为粉砂时较粉砂夹粉土变化更显著。

## 参考文献

- [1] 何川, 封坤, 方勇. 盾构法修建地铁隧道的技术现状与展望

[J]. 西南交通大学学报, 2015(1): 97.

- [2] 魏纲. 盾构隧道施工引起的土体损失率取值及分布研究[J]. 岩土工程学报, 2010(9): 1354.
- [3] 朱才辉, 李宁. 地铁施工诱发地表最大沉降量估算及规律分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2017(1): 3543.
- [4] 胡长明, 冯超, 梅源, 袁一力. 西安富水砂层盾构施工 Peck 沉降预测公式改进[J]. 地下空间与工程学报. 2018(1): 176.
- [5] 郑鑫, 麻凤海. 长春地层地铁隧道施工的 Peck 公式改进[J]. 地下空间与工程报, 2017(3): 732.
- [6] 杨子奇, 葛克水, 李皓. 北京地区浅埋隧道开挖引起地表沉降的研究[J]. 地下空间与工程学报, 2016(1): 225.
- [7] 丁智, 王凡勇, 魏新江. 软土双线盾构施工地表变形实测分析与预测[J]. 浙江大学学报(工学版), 2019(1): 61.
- [8] 冯慧君, 俞然刚. 双线隧道盾构掘进对地表沉降影响的数值分析[J]. 铁道工程学报, 2019(3): 78.

(收稿日期: 2020-04-12)