

有限元-无限元法在城市轨道交通箱梁结构噪声仿真分析中的应用*

吕国生¹ 奚绍良² 罗雁云¹ 张天琦¹ 吴 尚¹

(1. 同济大学铁道与城市轨道交通研究院, 201804, 上海;

2. 中国铁路上海局集团有限公司徐州工务段, 221000, 徐州//第一作者, 硕士研究生)

摘 要 介绍了有限元-无限元及边界元法的基本理论。针对城市轨道交通桥梁结构噪声计算问题, 以单箱梁为算例, 在 Abaqus 软件中建立车辆-轨道-桥梁振动耦合有限元模型, 得到了箱梁振动仿真结果; 在 Abaqus 软件中使用有限元-无限元法建立桥梁辐射结构噪声仿真模型; 在 Virtual. lab 软件中使用边界元法建立边界元仿真模型。对箱梁顶板、底板、腹板和翼板近场处噪声仿真结果进行分析及对比。结果表明, 两种算法的噪声仿真结果和箱梁振动仿真结果在箱梁顶板、底板、腹板和翼板处的频谱曲线趋势吻合较好, 噪声仿真结果在 1~200 Hz 频率范围内的总声压级相差不大。说明有限元-无限元法噪声仿真结果可靠, 可应用于城市轨道交通桥梁噪声问题的研究。

关键词 城市轨道交通; 箱梁结构; 低频噪声; 有限元; 无限元; 边界元

中图分类号 U441+.3; U448.21+3

DOI:10.16037/j.1007-869x.2020.11.016

Application of FEM-IFEM in Structure-borne Noise of Urban Rail Transit Box-girders Simulation Analysis

LYU Guosheng, XI Shaoliang, LUO Yanyun, ZHANG Tianqi, WU Shang

Abstract The basic theories of finite element-infinite element and boundary element method are introduced. Aiming at the calculation of urban rail transit bridge structure-borne noise, taking a single box girder as an example, the vehicle-track-bridge vibration coupling finite element model is established in the Abaqus software, and the box-girder vibration simulation results are obtained; the finite element-infinite element method is used in the Abaqus software to establish a simulation model of bridge radiation structure noise; boundary element method was used in Virtual. lab software to establish a boundary ele-

ment simulation model. The noise simulation results of the box-girder top, bottom, web and wing panels in the near field are analyzed and compared. The results show that the noise simulation results of the two algorithms and the box-girder vibration simulation results are in good agreement with the spectrum curve trends of the box-girder top, bottom, web and wing plates. The noise simulation results are in the frequency range of 1~200 Hz, with little difference in the total sound pressure level. It is shown that the finite element-infinite element method noise simulation results are reliable and can be applied to the research of urban rail transit bridge noise problems.

Key words urban rail transit; box-girder structure; low frequency noise; finite element; infinite element; boundary element

First-author's address Institute of Rail Transit, Tongji University, 201804, Shanghai, China

0 引言

城市轨道交通高架线因其建设成本低、维护方便等优点, 在城市轨道线路中占有较大比重。当列车通过高架线时, 会产生较大的桥梁结构噪声。相比于地下线, 混凝土桥梁段噪声以 200 Hz 以下的低频噪声为主^[1], 且噪声影响范围更广。为此, 桥梁低频噪声仿真方法的研究引起了广泛关注。

目前, 城市轨道交通桥梁噪声仿真研究方法主要为边界元方法。此外, 也有半解析法及统计能量法等方法。文献[2]结合车-轨道-桥梁耦合振动理论与声辐射分析的边界元法, 分析了高速铁路桥梁的结构声辐射频谱特性、传播规律和地面反射、声屏障、列车速度等影响因素对辐射噪声的影响。文

* 国家自然科学基金项目(51678446); 国家自然科学基金青年基金项目(51708422); 国家自然科学基金项目(51408434); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(22120180250)

献[3]利用瞬态边界元方法分析了桥梁瞬态辐射噪声,通过仿真计算验证了振动响应与噪声频率特性的正确性。文献[4]提出了一种具有较高效率和精度的求解空气中无限长混凝土箱形梁噪声辐射问题的半解析方法,并得到了箱形梁噪声辐射问题用虚拟边界积分法表示的远场辐射声压的半解析解。文献[5]通过对 1 座钢桥进行 5~5 000 Hz 频率范围内振动噪声研究,建议 200 Hz 以下采用有限元法,200 Hz 以上采用统计能量分析法。

相对于有限元法,边界元法的求解方程数大大减少。但传统边界元法在区域积分转化为区域边界积分后,存在其方程在某些波数处不满足等效性,进而导致特征频率不唯一的奇异性问题,而且边界元法的矩阵可能出现不对称矩阵情况,从而使其计算量可能更大。

在使用无限元法求解声学问题时,任何节点的相关计算值均可直接从计算结果中读取,其他点的值也可通过单元内节点的叠加得到。可见,无限元法计算效率比边界元高很多,尤其在求解大型结构声学的问题上,其效率可能比边界元法高许多^[6]。目前,国内已使用有限元结合无限元的方法来研究水下结构声辐射,从其研究结果来看,该方法可以取得较好效果,可满足工程需求^[7]。对于城市轨道交通的桥梁辐射噪声分析,几乎没有使用有限元结合无限元的方法。因此,有必要对使用有限元结合无限元方法计算桥梁结构噪声的可行性进行探究,并分析有限元-无限元法在箱梁结构噪声仿真中的精确性。

本文以高架线的双线箱形梁为研究对象,基于有限元-无限元法和边界元法,建立了声固耦合有限元-无限元模型和边界元模型,依据模型对桥梁噪声进行仿真计算,进而分析在桥梁顶板、底板、腹板和翼板跨中的近场场点噪声频谱特性,以验证有限元-无限元法在城市轨道交通箱梁结构噪声中应用的可行性。

1 基本理论

1.1 声-固耦合的有限元与无限元

声学有限元法即将流体介质离散化为若干个单元,单元中某一点的声压可通过对该单元节点上的声压进行插值得到:

$$P = \{N\}^T \{P_e\} \quad (1)$$

式中:

$\{N\}^T$ ——声压单元形函数矩阵的转置;

$\{P_e\}$ ——单元节点声压向量。

流体介质与固体结构交界处的结构位移可以通过对相应单元的节点位移进行插值得到:

$$\{U\} = \{N'\} \{U_e\} \quad (2)$$

式中:

$\{N'\}$ ——结构位移单元的形函数;

$\{U_e\}$ ——单元的节点位移向量。

联立介质运动方程、连续性方程和物态方程,推导出声波方程,为:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3)$$

式中:

∇^2 ——拉普拉斯算子,且 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} +$

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}$;

c ——声速;

t ——时间;

p ——声压。

将相应的边界条件代入式(1)~(3),采用 Galerkin 法得到声域内的有限元方程:

$$M_a \ddot{p} + C_a \dot{p} + K_a p = -\rho_0 A_i \quad (4)$$

式中:

M_a ——声场质量矩阵;

C_a ——声场阻尼矩阵;

K_a ——声场刚度矩阵;

ρ_0 ——密度;

A_i ——声场与结构的耦合矩阵。

根据虚功原理,得到声-固耦合中的结构动力学方程:

$$M_s \ddot{u} + C_s \dot{u} + K_s u = F_s + P_s A_s \quad (5)$$

式中:

M_s ——结构质量矩阵;

u ——单元节点位移;

C_s ——结构阻尼矩阵;

K_s ——结构刚度矩阵;

F_s ——结构外激励力;

P_s ——结构外压强;

A_s ——结构与声场的耦合矩阵。

由式(4)~(5),得到声-固耦合有限元方程:

$$\begin{bmatrix} M_a & \rho_0 A \\ 0 & M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} C_a & 0 \\ 0 & C_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{p} \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a & 0 \\ A^T & K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

建立声学有限元模型时,由于有限单元模拟的声介质域中存在边界声阻抗,因而在流场边界会发生声波反射的现象。为解决这个问题,常采用边界阻抗技术和声学无限单元技术。本文采用模拟精度较高的声无限技术。

声无限单元技术主要通过边界上覆盖一层无限单元,来模拟无限流场。该无限单元可直接设置在有限单元的流场边界上,通过有限元与无限元相结合的方法,使得有限单元声场满足流场无穷远边界上的 Sommerfield 辐射条件^[8]。

1.2 非耦合间接边界元

边界元法可分为直接边界元法与间接边界元法。直接边界元法可用于分析封闭结构的内声场或外声场,间接边界元法可用于分析结构内外都有声场的情况。由于箱梁与空气介质相互作用较小,本文采用非耦合间接边界元来求解桥梁辐射噪声声压级。

间接边界元法的边界区域条件分为声压边界条件 Ω_p 、速度边界条件 Ω_v 及声阻抗边界条件 Ω_z 。间接边界元计算的声场在边界元网格两侧。如果确定间接边界元两侧的速度差 σ 和声压差 μ ,及其对应的间接边界元分别是 $\Omega_\sigma = \Omega_p$ 部分和 $\Omega_\mu = \Omega_{v+z}$ 部分,则可求得声场中任意一点声压。每个单元 r_a 内部的速度差 σ_{ra} 和声压差 μ_{ra} ,可通过间接边界元上的第 i 个节点的速度差 σ_i 和声压差 μ_i ,以及相应全局形函数 $N_{\sigma i}$ 和 $N_{\mu i}$ 来确定。

$$\sigma(r_a) = \sum N_{\sigma i}(r_a) \sigma_i = N_\sigma \{\sigma_i\}, r_a \in \Omega_\sigma \quad (7)$$

$$\mu(r_a) = \sum N_{\mu i}(r_a) \mu_i = N_\mu \{\mu_i\}, r_a \in \Omega_\mu \quad (8)$$

在得到间接边界元网格上的速度差和声压差之后,声场 V 中任意一点 r 处的声压值为:

$$p(r) = \{A_{\sigma i}\}^T \cdot \{\sigma_i\} + \{A_{\mu i}\}^T \cdot \{\mu_i\}, \quad r \in V \text{ 且 } r \notin \Omega_a \quad (9)$$

式中:

Ω_a ——声场边界表面。

其中, σ_i 的系数向量元素为:

$$A_{\sigma i} = - \int_{\Omega_p} N_{\sigma i}(r_a) \cdot G(r, r_a) d\Omega_p(r_a), r \in V \text{ 且 } r \notin \Omega_a \quad (10)$$

μ_i 的系数向量元素为:

$$A_{\mu i} = \int_{\Omega_v} N_{\mu i}(r_a) \cdot \frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n(r_a)} d\Omega_v(r_a) + \int_{\Omega_z} N_{\mu i}(r_a) \cdot \left[\frac{\partial G(r, r_a)}{\partial n(r_a)} + jk\beta(r_a) G(r, r_a) \right] d\Omega_z(r_a), \quad r \in V \text{ 且 } r \notin \Omega_a \quad (11)$$

其中, $\beta = \rho_0 c / \bar{Z}_n$,

式中:

\bar{Z}_n ——法向阻抗值;

N_{vi} ——全局形函数;

G ——格林函数;

n ——边界法线方向;

j ——复数单位;

k ——声波数。

2 仿真计算模型

2.1 车辆-轨道-桥梁振动耦合模型

2.1.1 模型的建立

利用 Abaqus 软件建立了车辆-轨道-桥梁有限元模型(见图 1)。在该有限元模型中,车体仅考虑 1 列列车动力学性能,车辆考虑点头、摇头、浮沉、侧滚及横移 5 个方向的自由度。车体定义为刚体,通过二系悬挂支撑在转向架上;二系悬挂用 Cartesian 单元模拟;车速为 70 km/h。转向架也定义为刚体,考虑点头、浮沉和侧滚 3 个自由度,转向架与轮对之间的一系悬挂用线性的弹簧、阻尼单元模拟。钢轨长 90 m,中间 30 m 通过弹簧、阻尼单元中的 Spring2 构件与桥梁相连接,两端各有 30 m 钢轨通过 Spring1 构件直接连接在地面上。桥梁采用实体单元,利用离散的线性弹簧、阻尼单元来模拟桥梁支座。由于桥墩质量大,向外辐射噪声可忽略不计,因此,模型中的桥梁不考虑桥墩,其梁体直接与地面连接。

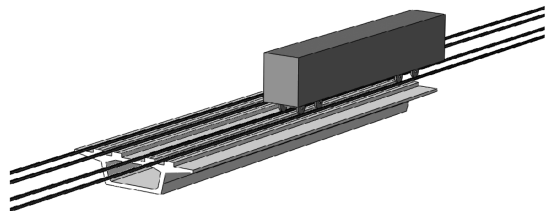


图 1 车辆-轨道-桥梁振动耦合模型

使用 Abaqus/Standard 有限元软件中固定时间增量步计算模式进行动力仿真计算。对于轮轨接触模型,依据赫兹非线性接触理论,求出轮轨间不

同弹性压缩量所对应法向作用力,并用摩擦系数法描述切向摩擦和蠕滑行为。

模型中车轮和钢轨为三维可变形实体。选择 Abaqus 软件通用接触算法中的面对面接触形式来定义轮轨接触,并用列表数据形式来定义轮轨接触属性。为提高模型的收敛性,模型通过 2 个步骤建立接触:第 1 个步骤中,给了车辆 1 个很小的载荷,将轮轨接触关系平稳地建立起来;在第 2 个步骤中,将车辆及转向架等部分的重力施加在模型中。

由于列车运行时,桥梁以垂向振动为主,因此选择高低不平顺作为车辆-轨道-桥梁系统的激励源。通常轨道不平顺通过轨道谱进行描述,本文采用美国六级谱作为系统激励。

2.1.2 模型的测试验证

选取某城市的高架线混凝土箱梁为实际测试对象。测试区段采用了普通整体道床及 WJ-2A 型扣件。桥梁梁体高 2.0 m,宽 9.6 m,桥梁底板与地面间的距离约为 9 m。列车采用 B 型车,6 节编组,平均运行速度为 67 km/h。测试截面取在箱梁跨中位置。桥梁各板件处的振动测点位置如图 2 所示。

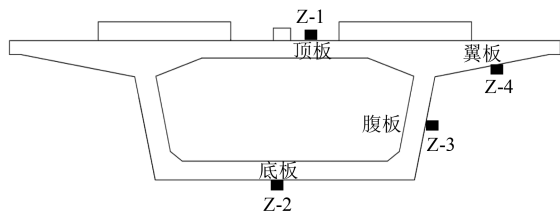


图 2 振动测点位置分布示意图

经现场实测及模型仿真计算,得到桥梁各板件的振动频谱如图 3 所示。由图 3 可知,仿真结果与实测结果存在一定的差异。经分析,二者存在差异的主要原因是模型进行了简化。例如,扣件采用线性单元模拟,忽略了桥梁与道床的连接层等。此外,模型在未得到实际的轨道不平顺样本的情况下,选择了数值模拟的方法,而且模型中样本容量仅为 30 m,故模拟的激励与实际情况也有一定的差异。

然而,频谱分析结果表明:各板件的振动峰值实测值与仿真值相差不大;振动主频段大多在 125 Hz 以内;从板件振动强烈关系来看,底板振动最强,顶板次之。这些仿真结果均与实测结果表现一致。由此可以确定,模型可以反映出在车辆作用下的桥梁各板件动力响应特性,其动力响应结果可以作为噪声分析的输入激励。

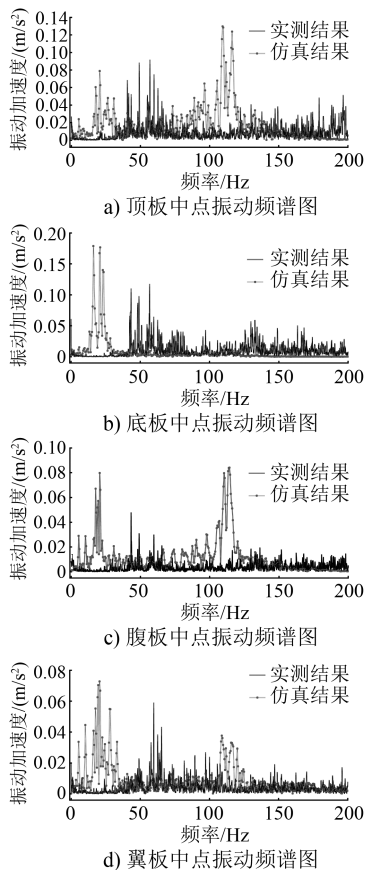


图 3 桥梁板件振动频谱图

2.2 桥梁辐射结构噪声仿真模型

2.2.1 模型的建立

利用 Abaqus 有限元软件的连续性耦合分析方法,在 Abaqus/Standard 有限元软件中重新建立 1 个模型,并在该模型中模拟结构噪声声场。桥梁结构噪声声场中的流体介质(空气)模型如图 4 所示。桥梁外轮廓与空气椭圆边界所组成的断面沿纵向拉伸 30 m,即构成 1 个以空气为介质的空间区域。其中,桥梁外轮廓设置为桥梁结构与声场的交界面,椭圆柱面为桥梁结构噪声声场的外边界。

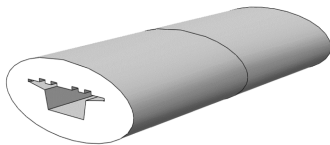


图 4 流体介质模型

对于理想声学介质,动压力(即声压)同介质的体积模量 K_f 及体积应变 ε_v 间的本构关系为:

$$p = -K_f \varepsilon_v \quad (12)$$

在设置声波介质的属性时,不仅要定义材料密

度,还要定义 K_f 。在流体介质中, K_f 与声速 c 之间关系满足式(13)。

$$c = \sqrt{K_f/\rho} \quad (13)$$

式中:

ρ ——流体介质密度。

结构噪声声场有 2 个边界,其中 1 个是桥梁结构与流体交界面,另 1 个是声场外部边界。

结构与流体交界面的定义是结构噪声声场能够建立的关键。首先,在 Abaqus/Standard 软件的属性定义中,需在该交界面处建立一层“皮肤”,并规定“皮肤”法向方向是由固体指向声场的;然后,在边界条件类型选项中,选择子模型边界条件,并赋给其该“皮肤”;最后,在模型参数设置中,将数据读取类型设置为“从已经得到的桥梁各个板件振动响应结果文件中读取数据”。

本文主要研究桥梁各板件振动过程中向外辐射的结构噪声,因而不考虑实际工况中地面反射的影响,故将桥梁结构噪声声场设置为无限场。至此,该模型的流体介质外表面覆盖了 1 层“无限元皮肤”,其表皮的法向方向指向声场外部。

在声场中,单元尺寸 L 需满足 $L \leq c/(6f_{\max})$, 由 $c=340 \text{ m/s}$, 仿真计算最高频率 $f_{\max}=250 \text{ Hz}$, 计算可得 $L \leq 0.22 \text{ m}$ 。据此,声场中单元全局最大尺寸设置为 0.2 m , 流体介质单元类型设置为四面体声学单元,声场外边界“皮肤”单元设置为声无限单元,声场与固体的交界面“皮肤”设置为声-固耦合交界面单元。

2.2.2 模型的可行性及差异性分析

为验证上述模型可行性,并比较边界元法和有限元-无限元法的预测噪声结果差异性,本文基于边界元理论,采用间接边界元法,利用车辆-轨道-桥梁振动耦合模型的振动加速度结果计算箱梁外场的声场分布。

在 Virtual. lab 软件的 Acoustics 模块中建立桥梁的瞬态边界元模型,如图 5 所示。先在 Virtual. lab 软件中导入 Abaqus 软件计算出的振动加速度结果,再导入结构网格、声学边界元网格和场点网格。模型中,声学网格覆盖在 30 m 箱形梁的表面;声学网格尺寸与上述有限元网格尺寸一致,均为 0.2 m 。将流体材料定义为空气。把箱梁结构网格上的振动加速度转移到箱梁声学网格上,将转换后的振动加速度定义为边界条件,进而计算出箱梁的辐射声场。

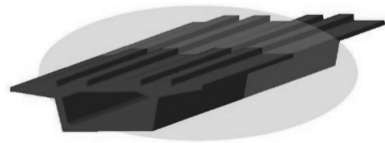


图 5 桥梁瞬态边界元仿真模型

3 桥梁结构噪声声场仿真结果

为比较有限元-无限元法与边界元法结果的不同,在桥梁顶板、底板、腹板及翼板跨中等近场设置噪声测点进行研究。噪声测点位置如图 2 所示。通过 FFT (快速傅立叶变换) 将场点时域结果转化为频谱图,进而分析频谱差异并计算 200 Hz 内各点噪声总级值。

测点近场噪声及振动的倍频程曲线如图 6 所示。由图 6 可见:无论采用有限元-无限元法还是边界元法,4 个测点近场噪声倍频程曲线均在 $5.0 \sim 12.5 \text{ Hz}$ 、 $16.0 \sim 31.5 \text{ Hz}$ 及 $100.0 \sim 125.0 \text{ Hz}$ 范围内存在峰值;有限元-无限元法噪声频谱曲线、边界元法噪声频谱曲线和有限元-无限元法振动频谱曲线的

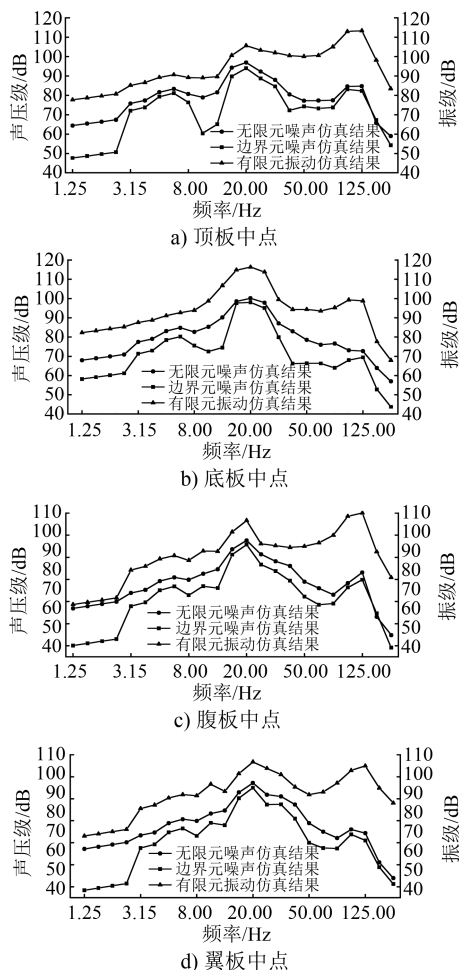


图 6 桥梁各测点的近场噪声及振动仿真结果

变化基本一致;大多数振动频率下,边界元法的噪声压级略小于无限元法的噪声压级,并在 1.25 ~ 2.50 Hz 范围内相差较大。

经过有限元-无限元法和边界元法仿真计算,桥梁不同位置处的 1~200 Hz 频率线性总声压级大小如表 1 所示。由表 1 可见,有限元-无限元法总声压级仿真结果比边界元法的仅大 2~4 dB。

表 1 桥梁不同位置处不同仿真方法计算的
1~200 Hz 频率线性总声压级

测点位置	总声压级/dB	
	有限元-无限元法	边界元法
顶板	100.64	97.18
底板	104.30	101.98
腹板	100.72	97.93
翼板	100.65	97.53

4 结语

本文通过 Abaqus 软件构建了有限元-无限元仿真模型,仿真计算了城市轨道交通高架桥梁辐射噪声,并将仿真结果和传统的边界元方法计算结果进行对比。对比结果表明:

1)有限元-无限元法使用声无限单元技术模拟无限流场,取得了较好的效果;使用该方法可以根据不同需求改变有限单元声场的大小,从而降低建模和计算成本。

2)由边界元法与有限元-无限元法的计算结果比较可知,在箱梁顶板、底板、腹板、翼板处的振动幅值相差不多,且频谱特性与箱梁振动频谱相似。

(上接第 77 页)

参考文献

[1] 丁小兵,徐行方.基于在途时间的快慢车停站方案优化算法[J].城市轨道交通研究,2016(6): 55.

[2] 孙元广,史海欧,王莹,等.城市轨道交通快慢车开行方案双层规划模型[J].交通运输系统工程与信息,2018(3): 160.

[3] 汤莲花,徐行方.基于双层规划的市郊轨道交通多交路快慢车开行方案优化研究[J].交通运输系统工程与信息,2018(3): 152.

[4] GAO Y, YANG L, GAO Z. Energy consumption and travel time analysis for metro lines with express/local mode [J]. Transportation Research Part D Transport & Environment, 2016, 60: 7.

[5] CHUN J H, ANDERSON R M, PAIK D. The S-train system: Synchronized express & local trains for urban commuter rail systems[C]//International IEEE Conference on Intelligent Trans-

与边界元法相比,有限元-无限元法的噪声仿真结果在 1~200 Hz 频率的总声压级值仅大 2~4 dB,验证了有限元-无限元法的准确性和可行性。

3)使用有限元-无限元方法避免了软件的交叉使用,不会产生在使用边界元软件导入有限元结果时出现兼容性问题。

4)有限元-无限元法可选择三维声场内任意一点进行分析;如果边界元法需要更换分析点,则需要重新建立模型,相对繁琐。

参考文献

[1] 王子健,张迅,李小珍.铁路混凝土箱梁的振动与噪声频谱特性研究[J].应用力学学报,2014(1): 85.

[2] 李小珍,张迅,李亚东.高速铁路简支箱梁结构噪声的边界元方法[J].土木工程学报,2011(增刊1): 95.

[3] 尹镭,蔡成标,陈兆玮.基于瞬态边界元法的箱梁声辐射[J].西南交通大学学报,2015(6): 1100.

[4] 谢伟平,孙亮明.箱形梁声辐射问题的半解析方法[J].武汉理工大学学报,2008(12): 165.

[5] POISSON F, MARGIOCCHI F. The use of dynamic dampers on the rail to reduce the noise of steel railway bridges[J]. Journal of Sound and Vibration,2006(3): 944.

[6] 杨瑞梁,汪鸿振.声无限元进展[J].机械工程学报,2003(11): 82.

[7] 缪旭弘,钱德进,姚熊亮,等.基于 ABAQUS 声固耦合的水下结构声辐射研究[J].船舶力学,2009(2): 319.

[8] 王刚,李旭东,姜慧.汽车引擎盖的有限元分析[J].甘肃科技,2012(8): 71.

(收稿日期:2019-01-10)

portation Systems. Washington D C: IEEE, 2011.

[6] LUO Q, HOU Y, LI W, et al. Stop plan of express and local train for regional rail transit line [J]. Journal of Advanced Transportation,2018(3): 1.

[7] NOMURA K, MIYATAKE M. Scheduling method for minimum energy consumption considering constraints of time intervals between local and express trains [C]//IEEE International Conference on Intelligent Rail Transportation. Washington DC: IEEE,2016.

[8] BAEK J, SOHN K. An investigation into passenger preference for express trains during peak hours[J]. Transportation,2016,43(4): 623.

[9] 赵娟.超饱和客流情况下城市轨道交通网络运输能力的测算[D].北京:北京交通大学,2015.

[10] 魏玉光,夏阳,赖艺欢.城市轨道交通线路通过能力计算方法研究[J].中国铁道科学,2018(2): 112.

(收稿日期:2019-01-15)