

径向型高温超导轴承悬浮特性的有限元分析

周艳秋¹ 余志强²

(1. 大连科技学院电气工程学院, 116052, 大连;

2. 石家庄铁道大学电气与电子工程学院, 050043, 石家庄//第一作者, 副教授)

摘要 通过数值模拟方法研究高温超导轴承是重要方法之一。提出了基于 H 法(磁场强度法)的有限元数学模型, 在二维轴对称空间计算了径向型高温超导轴承的悬浮力。通过与试验数据的比较, 验证了模型的正确性。基于此模型, 分析了在永磁转子轴向运动的过程中, 高温超导轴承的磁场特性和超导定子中感应电流密度的分布特性, 进而得出相应的结论。建立的数学模型不仅可以分析多层超导定子的径向型高温超导轴承, 而且对内转子型和外转子型两类径向型高温超导轴承均适用。

关键词 径向型高温超导轴承; 悬浮特性; 电磁特性

中图分类号 U237

DOI:10.16037/j.1007-869x.2019.08.020

Finite Element Analysis of Levitation Characteristics for Radial-type Superconducting Bearing

ZHOU Yanqiu, YU Zhiqiang

Abstract One of the important ways to study the high-temperature superconducting (HTS) bearings is through numerical simulation. In this paper, a finite element mathematical model based on H method (magnetic field intensity) is established. The levitation force for a radial-type HTS bearing is calculated in a 2D axisymmetric space. The correctness of the model is verified by a comparison with the experimental data. Based on the model, the magnetic field characteristics of the HTS bearing and the distribution of induced current density in the superconducting stator are analyzed during the permanent magnet rotor movement along the axis, corresponding conclusions are obtained. The mathematical model proposed in this paper can not only be used to analyze the radial-type HTS bearings with multi-layer superconducting magnet stator, but also be applied to both the inner rotor and the outer rotor radial-type HTS bearings.

Key words radial-type HTS bearing; levitation characteristics; electromagnetic characteristics

First-author's address Dalian University of Science and Technology, 116052, Dalian, China

近年来,随着新型超导材料的成功研制,高温超导技术得到了快速发展。其中,高温超导磁悬浮具有无源自稳定的优良悬浮特性,其相关应用已经成为国内外研究的热点之一^[1-3]。高温超导轴承是其中的重要代表(以下简称“超导轴承”)之一^[4],由超导定子和永磁转子两部分组成,如图1所示。在设计和优化超导轴承结构时,采用数字方法分析其悬浮特性是非常必要的。

本文采用 H 法(磁场强度法)在二维轴对称空间建立了径向型超导轴承的有限元数学模型。超导体 E - J 关系(电场强度与电流密度的关系)采用幂指数模型。通过试验测量值与数值计算结果的比较,验证了本模型的正确性。在此基础上,应用本模型分析了径向型超导轴承的电磁特性。本文提出的数学模型不仅能够分析大功率负载的径向型超导轴承的电磁特性,而且对于内转子和外转子两种类型的超导轴承均适用。

1 二维轴对称空间 H 法有限元模型

1.1 模型建立

本文试验用的径向型超导轴承装置 2D(二维)轴对称模型原理图如图1左图所示。原理图中参数含义及其数值见表1。

如图1a)所示,径向型超导轴承装置的超导定子由16个超导块材组成的2层超导环组成,永磁转子由3个永磁环和4个聚磁铁环组成。所建立的2D轴对称模型结构和尺寸与试验装置完全相同。

如图1b)所示,在二维轴对称空间里,向量 H 具有两个自由度: H_r 和 H_z 。电流密度 J 和电场强度

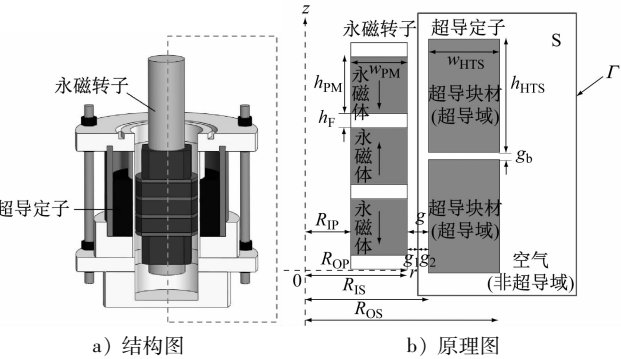


图1 径向型超导轴承试验装置结构图及2D轴对称模型原理图

表1 图1原理图中的符号含义及其参数值		
参数	参数含义	参数数值/mm
R_{OP}	永磁转子外径	18.0
R_{IP}	永磁转子内径	10.0
R_{OS}	超导定子外径	32.0
R_{IS}	超导定子内径	21.0
W_{HTS}	超导块材宽度	10.0
h_{HTS}	超导块材高度	16.0
W_{PM}	永磁环宽度	8.0
h_{PM}	永磁环高度	8.0
h_F	永磁环轴向间高度	2.0
g	永磁转子与超导间气隙	3.0
g_1, g_2	定子之间气隙	1.5
g_b	超导块材轴向气隙	1.0

E 仅在 φ 方向具有非零分量: J_φ 和 E_φ 。根据 Ampère 定律, 电流密度 J 可表示为:

$$J = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (1)$$

式中:

- z ——二维坐标纵轴坐标值;
- r ——二维坐标横轴坐标值;
- 超导体 E - J 关系采用幂指数模型形式:

$$E_{sc} = E_0 \left(\frac{J_{sc}}{J_c} \right)^{n_i} \quad (2)$$

式中:

- E_{sc} ——超导块电场;
- E_0 ——常量, 取值为 1×10^{-4} V/m;
- J_c ——临界电流密度;
- J_{sc} ——感应电流密度;
- n_i ——定义为 U_0/kT , 其中 U_0 和 k 分别为超导体的钉扎势能和 Boltzmann 常量。

采用 Kim 模型^[5] 描述外场强度对临界电流的影响。引入超导体的等效电阻率 (effective resistivity) ρ_{sc} 计算超导体的内部磁场, 即其定义为:

$$\rho_{sc} = \frac{E_{sc}}{J_{sc}} = \frac{E_0}{J_c} \left(\frac{J_{sc}}{J_c} \right)^{n_i-1} \quad (3)$$

将本构关系 $E = \rho J$ 和 Ampère 定律 (1) 式代入到法拉第电磁感应定律 $\nabla \times E = -\mu \partial H / \partial t$ 中, 得到关于向量 H 的抛物型偏微分方程:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \times (\rho \nabla \times H) = 0 \quad (4)$$

式中:

- μ ——磁导率;
- ρ ——电阻率;
- ∇ ——梯度算子;
- t ——时间。

(4) 式即为本模型的电磁场控制方程。该方程较为简洁, 体现了 H 法的优越性。

1.2 数值计算

本节采用伽辽金法和格林公式对上面得到的电磁场控制方程 (4) 式进行推导, 得到其弱形式为:

$$\int_S \mu \frac{\partial H}{\partial t} \cdot W dS - \rho \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \cdot W dS + \rho \int_S \frac{\partial H}{\partial r} \cdot \frac{\partial W}{\partial r} dS + \rho \int_S \frac{\partial H}{\partial z} \cdot \frac{\partial W}{\partial z} dS - \rho \int_\Gamma \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial n} \cdot W d\Gamma = 0 \quad (5)$$

式中:

- S ——整个求解域;
- Γ —— S 的边界;
- $\partial H / \partial n$ ——边界上法向微分, n 为 S 表面法向单位矢量;
- W ——向量 H 的权函数。

对计算域进行网格划分, 选择一阶三角形单元为试探函数, 则在一个网格单元里, 向量 H 的表达式为 $H = H_{j,e}(t) N_j, j=1, 2, 3, e$ 表示单元; 根据伽辽金法, 权函数与试探函数相同即 $W = N_i, i=1, 2, 3$; 式中 i, j 是单元节点的编号。这样, 在网格单元的一个节点上的弱形式方程可以写为:

$$\int_{S,e} \mu \frac{dH_{j,e}(t) N_j}{dt} N_i dS_e - \rho \int_{S,e} \frac{1}{r} \frac{\partial N_j}{\partial r} N_i H_{j,e}(t) dS_e + \rho \int_{S,e} \frac{\partial N_j}{\partial r} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial r} H_{j,e}(t) dS_e + \rho \int_{S,e} \frac{\partial N_j}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} H_{j,e}(t) dS_e - \rho \int_{\Gamma,e} \frac{1}{r} \frac{\partial N_j}{\partial n} N_i H_{j,e}(t) d\Gamma_e = 0 \quad (6)$$

在时域中, 采用后向 Euler 法对时间导数进行离散化处理, 将每个单元质量矩阵和单元刚度矩阵进行扩充, 并把扩充后的矩阵中具有相同下标的元素进行累加, 将单元列向量扩充为含所有节点向量的列向量。这样, 就得到了该非线性系统的最终的有限元方程, 其形式如下:

$$([M(\mu)] + [S(\rho)] \cdot \Delta t) \{H_c\} = [M(\mu)] \{H_{c-1}\} \quad (7)$$

式中:

Δt ——连续时间步的时间间隔;

$c, c-1$ ——分别代表当前时间步和上一个时间步。

对应于单元矩阵, $[M(\mu)]$ 和 $[S(\rho)]$ 分别为非线性系统的质量矩阵和刚度矩阵。列向量 $\{H_{c-1}\}$ 在本时间步为已知, 放在方程的右侧。

径向型超导轴承的悬浮力 F , 是永磁转子的磁场作用到超导定子中超导块材的感应电流所产生的电磁力在轴向的分量。因为超导块材中的感应电流密度 J_{sc} 为 φ 方向, 所以产生悬浮力的外磁场方向为径向, 即磁场的径向分量 B_r 。根据 Lorentz 方程和有限元法的特性, 悬浮力 F 的公式可表示为:

$$F = 2\pi \int_S r J_{sc} B_r dS = 2\pi \sum_{i=1}^{N_g} \bar{r}_{i,e} \bar{J}_{sc,e,i} \bar{B}_{r,i,e} \Delta S_{sc,j,i,e} \quad (8)$$

式中:

B_r ——磁场的径向分量;

$\Delta S_{sc,e}$ ——超导域网格单元的面积均值;

N_g ——网格单元的数量;

\bar{r}_e ——网格单元节点上横坐标均值;

\bar{J}_{sc} ——网格单元节点上感应电流密度均值;

$\bar{B}_{r,e}$ ——网格单元节点上磁场的径向分量均值。

数值计算的计算流程如图2所示。

2 结果与讨论

本节应用所提出的数值计算方法, 计算径向型超导轴承模型的悬浮力并与测量结果进行比较, 然后分析其电磁行为。在计算的过程中, 超导定子保持静止, 冷却温度为 77.3 K。永磁转子的移动速度为 1 mm/s, 移动范围为 0 ~ 10 mm。在超导体的幂指数模型中, n_i 通过 U_0/kT 计算, 其值为 15。

图3所示为径向型超导轴承悬浮力的计算结果, 从图中可以看出随着永磁转子的轴向移动, 悬浮力呈现出非线性变化。悬浮力上升段曲线可以分成两部分: 线性上升段(对应的移动距离为 0 ~ 5 mm)和饱和段(对应的移动距离为 5 ~ 10 mm)。在线性上升段, 悬浮力几乎线性上升, 临界电流密度 J_c 高的曲线更接近测量曲线。在饱和段, 悬浮力曲线的增加率逐渐变慢, 在悬浮力达到最大值后变成

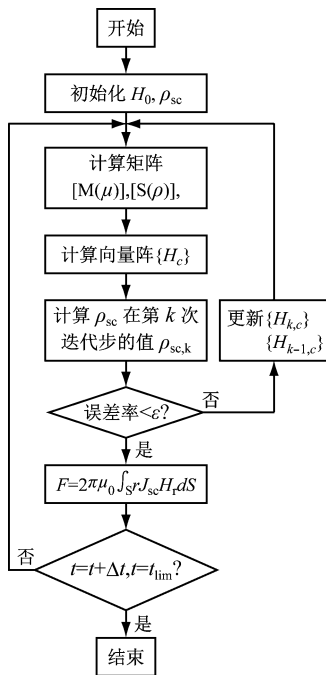


图2 计算流程图

负值。悬浮力的这些非线性特征主要是由于场冷条件下的磁通钉扎效应造成的。也就是在线性上升段, 超导块材的捕获磁通的数量几乎保持不变, 感应电流较大, 外磁场较强, 所以悬浮力随着永磁转子的移动迅速增加。而在饱和段, 随着永磁转子的继续移动, 超导块材受到的外磁场变弱, 导致了悬浮力增加缓慢进而减少。就悬浮力曲线的形状而言, 计算曲线反映了以上两部分的特性。

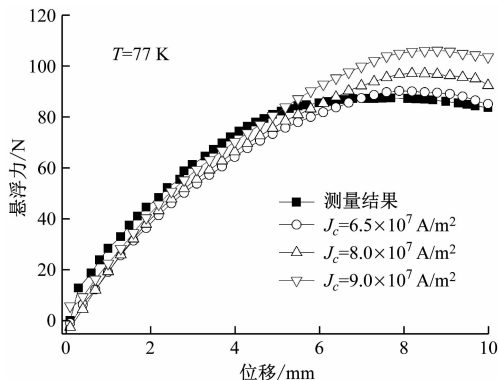


图3 悬浮力数值计算结果

2.1 悬浮力的计算

图3亦清楚地表明了计算曲线的变化趋势与测量曲线是一致的。随着 J_c 的增加, 计算曲线的最高点亦上升。由于试验中的超导块材为单晶熔融织构的 YBCO 材料, 所以计算中 J_c 分别设置为 6.5×10^7 A/m²、 8.0×10^7 A/m² 以及 9.0×10^7 A/m², 这些值均在材料可达到的正常范围内。当 $J_c = 6.5 \times$

10^7 A/m^2 时,计算曲线在线性上升部分的最大误差为 9.2%,饱和部分的最大误差仅为 3.7%,与测量结果具有较好的一致性。

2.2 电磁行为分析

图 4 为永磁转子沿轴向移动的 6 个位移处的计算域中磁场的分布情形。由图 4 可以看出,大量的磁力线集中分布在聚磁铁环附近,一小部分磁通线渗入到超导块材的边缘然后穿出超导块材返回到相邻的磁极附近。由于超导体的强抗磁性,只有非常少的磁通线进入到超导块材的内部。因此,大部分磁力线被限制在了 2 个小的气隙中:永磁转子和超导定子之间的气隙(图 1b 中标记为 g)和 2 个超导环(图 1b 中标记为超导块材)之间的轴向气隙(图 1b 中标记为 g_b)。从图 5 可以看出,超导块材中感应电流主要分布在其边缘部分,因此在超导块材的内边缘部分存在较大的电磁力。

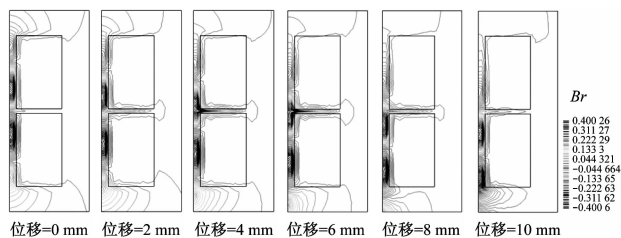


图 4 不同位置时计算域的磁场分量 B_r 分布

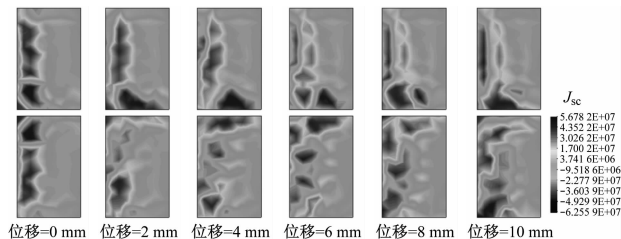
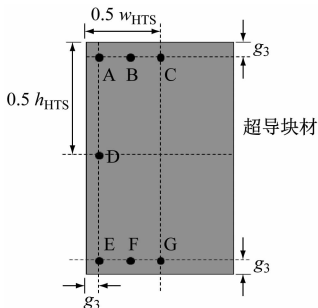


图 5 不同位置时超导块材中感应电流密度 J_{sc} 的分布

为了定量说明超导块材中的磁场和电流密度的变化情况,在图 1b) 下方超导块材的横截面上选取了 A—G 7 个点,其位置如图 6 示。



注: g_3 ——A—G 点各点到超导块材边缘的距离

图 6 A—G 点的位置分布

下文定量地说明这 7 个点的磁场和感应电流密度。图 7~11 分别为磁场和感应电流密度随永磁转子轴向移动时的数值变化图。

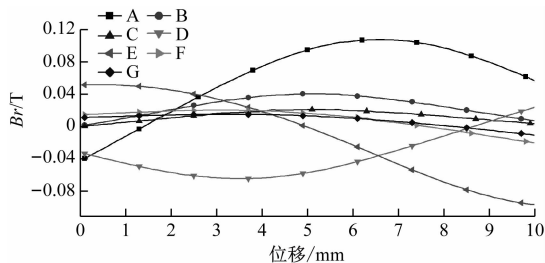


图 7 永磁转子轴向移动时 A—G 点磁场径向分量 B_r

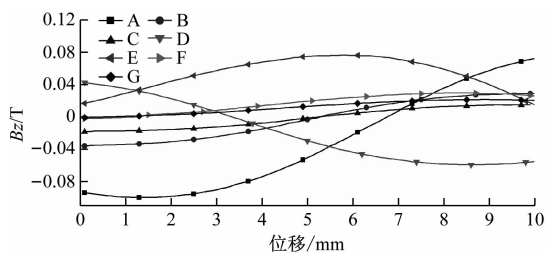


图 8 永磁转子轴向移动时 A—G 点的磁场纵向分量 B_z

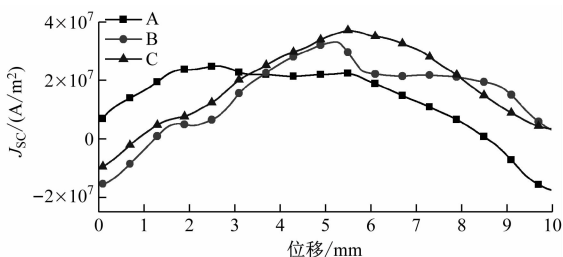


图 9 永磁转子轴向移动时 A、B、C 点感应电流密度

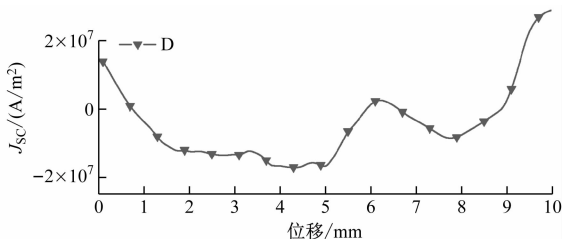


图 10 永磁转子轴向移动时 D 点感应电流密度

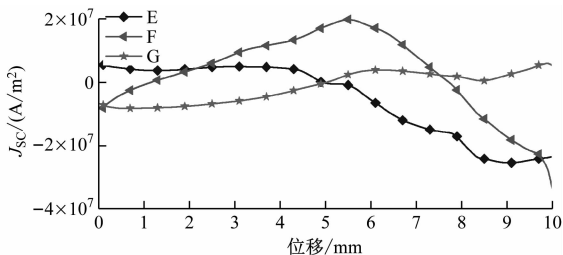


图 11 永磁转子轴向移动时 E、F、G 点感应电流密度

设置每个点到离它最近的超导块材边线的距离为 1 mm。对于 A、D、E 点,它们磁场的幅值相对

较高,如图7~8所示。这是因为这些点距离永磁转子最近,渗入进来的磁通线较多的缘故。尽管A点和E点距离超导块材的两条边都是最近的,但是A点同时离气隙 g_b 很近,其磁场幅值是最大的。从数值上看,A点 B_r 和 B_z 的幅值分别为 0.1076 T 和 0.0998 T 。图7亦清楚的表明,对于B、C、E、F点,其磁场幅值随永磁转子的移动而减少。另一方面,由于磁通钉扎效应和磁场的连续性,在永磁转子移动的过程中,每个点处磁场的变化曲线为光滑的波浪线,变化较为缓慢。

从图9~11可看出:G点的感应电流密度的变化量是最小的,其范围为 $-8.1186 \times 10^6 \sim 7.2454 \times 10^6\text{ A/m}^2$,这是因为有较少的磁通线渗入到G点,磁场变化较小。注意到由于较多的磁通线渗入到A点和E点,使得它们的磁场幅值较大,但它们的感应电流密度并不是较大的。也就是说,较高幅值的磁场并不能产生较大的感应电流,即感应电流随磁场变化的增大而增加。最大的电流密度出现在C点,其值为 $3.789 \times 10^7\text{ A/m}^2$ 。图5中C点处的较深颜色也能定性地反映这个结论。

通过以上分析表明,本文提出的有限元数学模型能够用于分析包含多层超导环和多层永磁环的径向型超导轴承的电磁行为,计算其悬浮力。

(上接第88页)

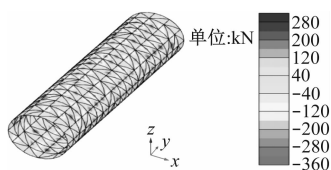


图14 工况二下隧道剪力

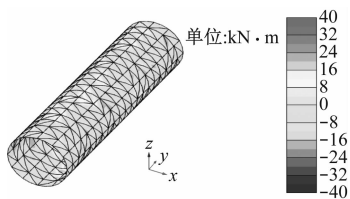


图15 工况二下隧道弯矩

4 结语

通过增加靠近区间隧道的建筑物桩长,在隧道开挖完后,土体的最大附加竖向位移明显减小,同时建筑物基础位移受隧道开挖影响也减少。先行建设的建筑物基础梁最大竖向位移由 9.5 mm 变为 1.8 mm ,桩基最大竖向位移由 9.5 mm 变为 1.8

3 结语

本文提出的有限元数学模型能够用于分析径向型超导轴承的电磁行为,计算其悬浮力。该模型的优点在于它的应用性强,不仅可以分析包含多层超导环和多层永磁环的径向型超导轴承,而且还能用于分析内转子型和外转子型两种结构。应用超导轴承的飞轮储能系统已经应用到地铁站的电力调峰^[3],必将对其产生深远影响。

参考文献

- [1] WERFEL F N, FLOEGEL-DELOR U, ROTHFELD R, et al. Superconductor bearings, flywheels and transportation[J]. Superconductor Science and Technology, 2012, 25(1): 014007.
- [2] 余志强,张国民,邱清泉,等. 高温超导飞轮储能系统的发展现状[J]. 电工技术学报,2013,28(12):109.
- [3] HAN Y H, PARK K J, PARK B J, et al. Results and Analysis of an Accident in 35-kWh SFES[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2013, 23(6): 65.
- [4] 余志强,张国民,邱清泉,等. 高温超导磁悬浮轴承的研究进展[J]. 电工电能新技术,2014,33(7):55.
- [5] KIM Y B, HEMPSTEAD C F, STRNAD A R. Resistive states of hard superconductors[J]. Reviews of Modern Physics, 1964, 36(1): 43.

(收稿日期:2019-04-28)

mm。这是由于增加靠近区间隧道侧的桩长,使建筑物上部荷载直接通过桩基传递至中风化岩石,建筑物不会有超载作用于区间隧道上,故区间隧道的受力大幅度减少。

通过比较计算分析可知,加长靠近地铁线路建筑物桩基后再施工地铁线路这一方案能够获得更小的地层位移、隧道内力、基础梁位移和桩基位移。

考虑后期地铁建设,对先期建设的建筑物基础深度进行适当优化,是十分必要的。

参考文献

- [1] 张凤祥,傅德明,杨国祥,等. 盾构隧道施工手册[M]. 北京:人民交通出版社,2005.6.
- [2] 刘方梅. 深基坑开挖对邻近地铁隧道的影响[D]. 杭州:浙江大学,2015.
- [3] 艾鸿涛. 邻近地铁隧道的深基坑开挖分析[D]. 上海:同济大学,2015.
- [4] 刘栋. 超深大基坑开挖对邻近既有地铁隧道的影响分析[D]. 成都:西南交通大学,2014.

(收稿日期:2017-12-06)