

# 城市轨道交通市郊线快慢车开行比例优化研究<sup>\*</sup>

杨薛臣 丁小兵 刘志钢

(上海工程技术大学城市轨道交通学院, 201620, 上海//第一作者, 硕士研究生)

**摘要** 轨道交通市郊线连接了郊区与中心城区, 乘客出行具有比较明显的时空分布不均的特征。对市郊线快慢车的开行比例进行优化研究可以有效解决乘客滞留, 节约运营成本。以灰色预测模型为基础, 通过历史客流数据预测未来短期各时段内的客流量。根据预测的客流值, 建立市郊线某工作日各时段开行比例的优化模型, 并使用分支定界法进行求解, 并以上海轨道交通 16 号线为例进行了线路开行比例的优化研究。可以为市郊线快慢车开行比例的确定提供参考。

**关键词** 城市轨道交通市郊线; 客流预测; 快慢车模式

**中图分类号** U292.4

DOI:10.16037/j.1007-869x.2019.08.022

## Optimization of Suburban Speed-to-Slow Train Proportion Based on Passenger Flow

YANG Xuechen, DING Xiaobing, LIU Zhigang

**Abstract** Suburban railway links the central city area and suburban areas, but passenger travels on the suburban railway appear obvious uneven spatial-temporal distribution. The study on suburban speed-to-slow train ratio optimization could effectively solve the detention of passengers and save the operation cost. Based on the gray forecasting model, the historical passenger flow data are used to predict the future short-term traffic in different time periods. On this basis, an optimization model of the opening suburban train proportion on a certain day is established according to the predicted passenger flow value, then the branch and bound method is adopted to solve the problem. Finally, Shanghai rail transit Line 16 is taken as an example to carry out a study on the line opening ratio optimization, which could provide a reference for the determination of suburban speed-to-slow train proportion.

**Key words** suburban railway of urban rail transit; forecast of passenger flow; speed-to-slow mode

**Author's address** College of Urban Rail Transit, Shanghai University of Engineering Science, 201620, Shanghai, China

## 0 引言

随着城市尤其是特大城市的快速发展, 中国城市轨道交通进入高速发展时期。特大城市郊区因其优势明显, 市郊客流剧增。开行市郊线快慢车能够较大幅度上使运能与客流匹配, 更加适应市郊客流的通勤特点。

国内外学者关于轨道交通短时客流预测的相关研究主要汇集在历史数据和实时判断, 并且做了较为基础的理论分析。文献[1]提出了各个时段进站乘客起讫点分布的预测方法和轨道交通客流分布的实时算法。文献[2]研究了基于时段的市郊轨道交通车站滞留客流的分时段预测方法, 提出了候车客流与列车载客量之间的影响动态交互模型, 为市郊线快慢车客流预测提供了理论基础。文献[3]总结了近年来提出的各种短期客流的主要思路和预测方法, 指出了城市轨道交通短期客流预测未来的研究方向。文献[4]根据轨道交通历史数据, 利用灰色模型对轨道交通短期客流进行预测, 并基于马尔科夫链对模型的预测结果进行了修正和改进。文献[5]根据轨道交通客流周期的时变特征, 在灰色预测模型的基础之上对马尔科夫算法进行了改进, 提高了短时客流预测的精确性, 理论较为成熟。

以上学者在客流预测的研究方面做出了重要贡献, 但是将客流预测与城市轨道交通快慢车开行比例相结合的研究还有待完善。

目前, 关于轨道交通快慢车开行比例的相关研究主要集中在已知开行比例的情况下。文献[6]研究了不同快慢车开行比例对旅客出行时间的影响, 提出了不同快慢车比例下的乘客总在途时间计算模型。文献[7]提出了用上、下车的客流量不均衡程度来对快慢车的开行比例进行衡量, 并且与平均

<sup>\*</sup>“十三五”国家重点研发计划子课题(2016YFC0802500);“十三五”国家重点研发计划子课题(2017YFC0804900);上海工程技术大学研究生科研创新项目(E3-0903-18-01333)

运距综合考虑计算开行比例。文献[8]根据列车运用数量、线路通过能力、发车间隔等,对 5 种快、普、慢车组合比例的比选方案进行分析,筛选出相对较优方案,再通过满载率以及乘客的主观选择因素判断得到最佳快慢车开行比例。

本文首先研究客流分时段预测,继而对轨道交通快慢车开行比例的优化问题进行分析,在模型假设及约束条件下,且在满足满载率的情况下,建立以单方向高峰小时列车的最大载客量为目标的开行比例优化模型,并以上海轨道交通 16 号线(以下简称“16 号线”)为案例进行分析。

### 1 市郊线客流分时段预测

市郊线客流具有时空分布不均的特点,根据此特点建立基于城市轨道交通分时段客流的灰色预测模型,对市郊客流进行预测。

灰色预测的基本理论是基于离散的时间序列,通过将数据进行累加生成运算,建立灰色预测微分模型,求解生成函数从而进行预测。在进行城市轨道交通客流预测时,多数采用的是一阶单变量的 GM(1,1)模型:

$$\frac{dx_{(1)}}{dt} + ax_{(1)} = u \tag{1}$$

式中:

- $t$ ——时间;
- $x_{(1)}$ ——将原始数据累加之后得到的新的数列;
- $a、u$ ——待定的参数。

设原始数据序列  $X_{(0)} = \{x_{1,(0)}, x_{2,(0)}, \cdots, x_{n,(0)}\}$ ,其中  $x_{k,(0)} \geq 0, k = 1, 2, \cdots, n$ 。通常情况下,可使用累加生成数法对原始数列进行简单的处理。将原始数列中前  $i$  项元素做一阶累加之后生成新的数列:

$$X_{(1)} = \{x_{1,(1)}, x_{2,(1)}, \cdots, x_{n,(1)}\}, x_{k,(1)} \geq 0 \tag{2}$$

式中:  $x_{k,(1)} = \sum_{i=1}^k x_{i,(0)}, k = 1, 2, \cdots, n$ 。

GM(1,1)模型是单一变量的构成一阶方程式,在对其进行求解时,过程比较复杂。根据城市轨道交通客流预测的特征,在对模型进行正式求解时,可通过最小二乘法对 GM(1,1)模型中的参数  $a$  和  $u$  进行求解,设  $a_1$  为待估参数向量:

$$a_1 = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T y_n \tag{3}$$

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}[x_{2,(1)} + x_{1,(1)}] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x_{3,(1)} + x_{2,(1)}] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x_{n,(1)} + x_{n-1,(1)}] & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$y_n = \begin{pmatrix} x_{2,(0)} \\ x_{3,(0)} \\ \vdots \\ x_{n,(0)} \end{pmatrix} \tag{5}$$

根据以上计算结果,将标定的参数带入到微分方程,可得预测时间跨度内各日客流量,具体公式如下:

$$q_{i+1,(1)} = \left(x_{1,(0)} - \frac{u}{a}\right)e^{-ai} + \frac{u}{a} \tag{6}$$

$$q_{i+1,(0)} = q_{i+1,(1)} - q_{i,(1)} \tag{7}$$

$$q_{1,(0)} = x_{1,(1)} \tag{8}$$

式中:

- $q_{i+1,(0)}$ ——模型计算得到的第  $i + 1$  天的客流量;
- $q_{i+1,(1)}$ ——模型计算得到的前  $i + 1$  天客流量之和。

以上计算得出的  $q_{i+1,(0)}$  值即为最后预测结果,预算的客流量可以用于开行比例的研究,作为开行比例确定后单位小时内运能的对比。

### 2 基于决策变量的快慢车开行比例建模及优化求解

#### 2.1 快慢车开行比例及优化方法假设

快慢车开行比例的研究以市郊客流为基础,通过开行比例与列车最大载客量之间的关系,对比载客量与预测客流,运用分支定界法求解整数规划模型,最终确定全天各时段快慢车开行比例。

在模型假设及约束条件下,并且在满足满载率的情况下,建立以单方向高峰小时列车的最大载客量为目标的开行比例优化模型,为了便于描述模型,约定如下:

- 1) 在早晚高峰及非高峰时段,至少发出一列快车。
- 2) 假定各时段中,客流是均匀到达的。
- 3) 客流量均为各站发送量。
- 4) 假设快、慢车的停站时间均为 1 min。

## 2.2 快慢车开行比例建模及优化求解

### 2.2.1 快慢车开行比例模型

在约束条件及模型假设下,并且在满足满载率的情况下,单方向高峰小时列车的最大载客量为目标函数,以单位小时快车开行列数和单位小时慢车开行列数为变量,根据 16 号线实际情况,高峰时刻快车 3 节编组,慢车 6 节编组,非高峰时刻快车、慢车均为 3 节编组,开行 3 节编组的列车载客量为 744 人,6 节编组为 1 488 人;在早晚高峰时,慢车与快车之间的发车间隔、快车与慢车之间的发车间隔时间均为 8 min;在非高峰时刻,慢车与快车之间的发车间隔、快车与慢车之间的发车间隔时间均为 10 min。

根据以上条件,得到早晚高峰时刻整数线性规划如下:

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 744(\omega_1x_1 + 2\omega_2x_2) \\ \text{s. t. } \begin{cases} 8(x_1 + x_2 - 1) \leq 60 \\ 744(\omega_3x_1 + 2\omega_4x_2) \leq N \\ x_i \geq 0, \text{整数}, i = 1, 2 \end{cases} \end{aligned} \tag{9}$$

式中:

$Z_{\max}$ ——快慢车开行比例确定后运输的乘客人数;

$x_1$ ——单位小时开行快车列数;

$x_2$ ——单位小时开行慢车列数;

$\omega_1$ ——快车的最大满载率;

$\omega_2$ ——慢车的最大满载率;

$\omega_3$ ——从龙阳路车站出发时快车的满载率;

$\omega_4$ ——从龙阳路车站出发时慢车的满载率;

$N$ ——各时段客流预测值;

$x_i$ ——单位小时开行快慢车的列数。

平峰时刻整数线性规划如下:

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 744(\omega_1x_1 + \omega_2x_2) \\ \text{s. t. } \begin{cases} 10(x_1 + x_2 - 1) \leq 60 \\ 744(\omega_3x_1 + \omega_4x_2) \leq N \\ x_i \geq 0, \text{整数}, i = 1, 2 \end{cases} \end{aligned} \tag{10}$$

建立以上开行比例优化模型,通过分支定界法进行求解即可得到与客流匹配的单位小时开行快慢车的数量。

### 2.2.2 快慢车开行比例模型优化求解

采用分支定界法对快慢车开行比例模型进行优化求解。其步骤归纳为:

步骤 1:先不考虑整数规划中的整数约束条件,对其松弛问题进行最优解的求解,若该最优解为一

整数解,则其为整数规划问题的最优解;否则,以该最优解为上界,0 为下界进行定界。

步骤 2:分支,在问题 A 的最优解之中选择一个与整数条件不符的变量  $x_j$ ,该变量值为  $b_j$ ,以  $[b_j]$  表示小于  $b_j$  最大的整数值。构造两个约束条件:

$$x_j \leq [b_j] + 1 \tag{11}$$

$$x_j \geq [b_j] \tag{12}$$

将以上得到的约束条件,分别放进问题 A 中,求后续两个规划问题  $A_1$  和  $A_2$ 。

定界,以每一后续问题为一分值作为求解的结果,在所有问题的求解结果中,寻找目标函数值的最优最大值,使其成为新的上界  $z_1$ 。根据已切合整数条件的各个分支,寻找最优目标函数值中的最大值,使其成为新的上界  $z_1$ 。根据已符合整数条件的各个分支,寻找目标函数值的最优最大值,使其成为新的下界  $z_1$ ,若没有可行解,则  $z_1 = 0$ 。

步骤 3:比较与剪树枝,各个分支当中,若最优的目标函数值中有值小于  $z_2$ ,则将这支去除。若大于  $z_2$ ,且不符合整数条件,则重复步骤 1。一直到最后得到  $z_n = z_2$  为止,得最优整数解  $x_{j_n}, j = 1, \cdots, n$ 。

## 3 快慢车开行比例实例分析

### 3.1 快慢车运营概况

16 号线采用快慢车的运营模式,为了满足开行快车的需要,在罗山路站修建了单岛四线的越行线,在航头东站、野生动物园站、惠南东站修建了双岛四线的越行线,以及在临港大道修建了一岛一侧配线,每隔 1~2 个线路区间还设置了渡线。其基本线路结构图可简化为图 1。

### 3.2 16 号线龙阳路快慢车开行比例确定

数据来自 16 号线龙阳路下行工作日客流调查,根据该调查数据预测下一工作日的客流。表 1~表 3 分别为 16 号线工作日早高峰、非高峰和晚高峰单位小时客流分布。

表 1 16 号线龙阳路站工作日早高峰单位小时客流分布表(7:00—9:00)

工作日	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
客流总量/(人次/h)	8 070	8 142	8 121	7 962	8 120

表 2 16 号线龙阳路站工作日非高峰时刻客流分布表(15:00—16:00)

工作日	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
客流总量/(人次/h)	5 980	5 871	6 002	6 102	5 883

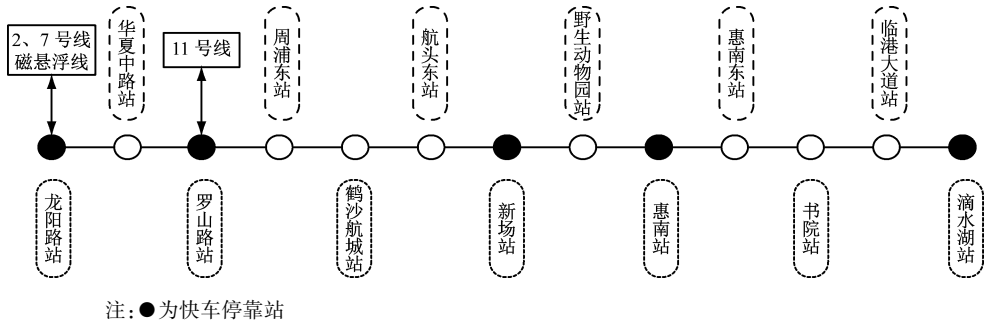


图 1 16 号线快车开行示意图

表 3 16 号线龙阳路站工作日晚高峰单位小时客流分布表(17:00—19:00)

工作日	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
客流总量/(人次/h)	10 040	9 820	9 963	10 121	9 540

以龙阳路晚高峰时刻为例进行开行比例计算：

根据式(2)、(3)、(4)可以得到：

$$B = \begin{bmatrix} -14\,950 & 1 \\ -24\,841.5 & 1 \\ -34\,883.5 & 1 \\ -44\,714 & 1 \end{bmatrix}, \quad y_n = \begin{bmatrix} 9\,820 \\ 9\,963 \\ 10\,121 \\ 9\,540 \end{bmatrix} \quad (13)$$

从而得到  $a = 0.006\,8, u = 10\,064.43$ 。依照式(5)、(6)、(7)得出模型的时间响应函数为：

$$q_{5+1,(1)} = \left( 10\,040 - \frac{10\,064.43}{0.006\,8} \right) e^{-0.006\,8 \times 5} + \frac{10\,064.43}{0.006\,8}, \text{ 即 } q_{6,(1)} = 59\,177。$$

根据式(5)、(6)、(7)还可以计算出预测值  $q_{6,(0)} = q_{6,(1)} - q_{5,(1)} = 9\,693$  人次/h。即 16 号线下一个工作日晚高峰的预测客流量为 9 693 人次/h。

因此式(8)中的  $N$  取 9 693, 根据快车取 3 节编组, 慢车 6 节编组的情况, 加上快车停靠站上下车客流会更多, 故列车从龙阳路站出发时取  $\omega_1 = 1.1$ ,  $\omega_2 = 0.9$ , 另外整条线路列车的最大满载率取  $\omega_3 = 1.3$ ,  $\omega_4 = 1.25$ 。故式(8)可转化为下式：

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 967.2x_1 + 1\,860x_2 \\ \text{s. t. } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8.5 \\ 818.4x_1 + 1\,339.2x_2 \leq 9\,693 \\ x_i \geq 0, \text{ 整数}, i = 1, 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

用分支定界法对上述整数规划进行求解, 具体过程如图 2 所示：

因此上述线性规划的最优解为  $X_{\text{优}} = (2, 6)$ , 即  $x_1 = 2, x_2 = 6, Z_{\max} = z_{\text{优}} = 13\,094$  人次/h, 晚高峰时刻最优的快慢车开行比例为  $k:m = 1:3$ 。同理得出龙

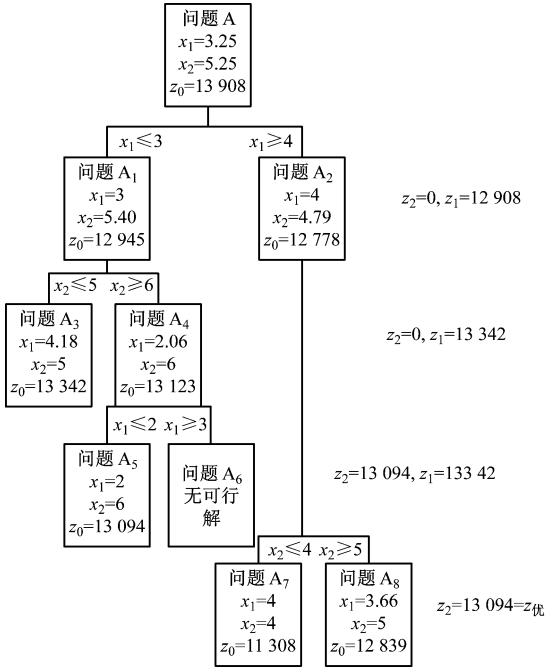


图 2 快慢车开行比例整数规划求解过程

阳路早高峰时刻参数  $a = 0.002\,79, u = 8\,154.08$ , 预测客流量为 8 000 人次/h, 最优快慢车开行比例为  $k:m = 1:3$ ; 平峰时刻参数  $a = -0.000\,787, u = 2\,230.7$ , 预测客流量为 5 864 人次/h, 最优快慢车开行比例为  $k:m = 1:2$ 。最后得出 16 号线下一个工作日全天各时段快慢车开行比例如表 4 所示。

表 4 16 号线上下行各时段最优快慢车开行比例表

时段	快慢车开行比例( $k:m$ )	
	下行	上行
	(龙阳路站—滴水湖站) (滴水湖站—龙阳路站)	
5:50~7:00	1:2	1:2
7:00~9:00	1:3	1:2
9:00~17:00	1:2	1:2
17:00~19:00	1:3	1:3
19:00~23:40	1:2	1:2

### 3.3 16 号线快慢车开行方案

根据上文,晚高峰时段龙阳路下行快慢车开行比例为 1:3,即单位小时内快车开 2 列,慢车开 6 列。快车停靠车站为:龙阳路、罗山路、新场、惠南站和滴水湖,停站方案以 16 号线实际情况为准,慢车采用站站停方式。早晚高峰时刻每趟列车开行时间间隔(慢车与慢车间隔、慢车与快车间隔、快车与慢车间隔)均为 8 min,非高峰时刻列车开行时间间隔为 10 min。快车和慢车在各站停站时间都为 1 min(慢车被快车越行的站除外)。快车运行一趟的标准时间为 45 min,慢车运行一趟的标准时间为 60 min(除等待快车越行的慢车外)。列车最小追踪间隔为 2 min。

min(除等待快车越行的慢车外)。列车最小追踪间隔为 2 min。

16 号线 18:00—20:00 时段龙阳路下行列车运行图如图 3 所示,其中单下划线车站为快车车站,双下划线车站为具备越行条件的车站,其余为普通车站。

由图 3 可知,晚高峰 18:00—19:00 时段内快车发生了两次越行,第一次越行发生在航头东站,抵达航头东站等待快车越行的慢车停站时间为 5 min;第二次越行发生在惠南东站,此时抵达惠南东站等待快车越行的慢车停站时间为 9 min。

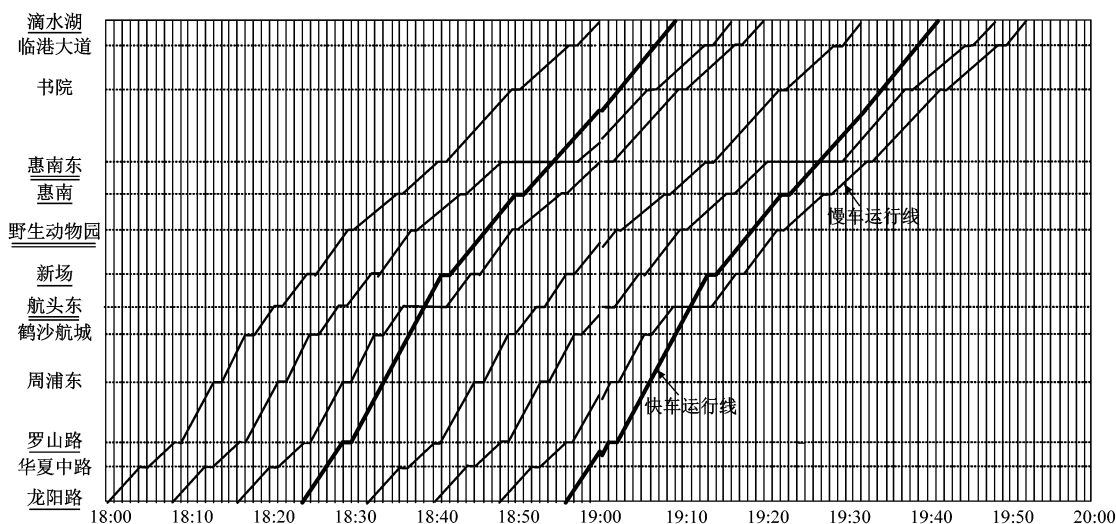


图 3 晚高峰龙阳路下行 18:00~20:00 时间段快慢车开行方案

## 4 结语

主要从城市轨道交通短期客流预测和快慢车开行比例模型两个角度进行了开行比例的优化研究。研究表明:快慢车开行比例可按一定周期(月或季度)进行调整,可以通过对各时段客流进行预测得到与之相匹配的快慢车开行比例,一方面可以减少乘客的滞留,另一方面也可以达到节能的目的。需要说明的是,仅仅依靠开行比例的优化还不能完全解决市郊线乘客的滞留,今后将结合线路通过能力与开行比例的匹配情况作综合研究。

## 参考文献

- [1] 徐瑞华,徐永实.城市轨道交通线路客流分布的实时预测方法[J].同济大学学报(自然科学版),2011,39(6):857.

- [2] 丁小兵,徐行方.基于时段分布的市郊轨道交通车站滞留客流分布算法[J].交通运输系统工程与信息,2016,16(1):116.
- [3] 吕利民,李吴,温新妍,等.城市轨道交通短期客流预测方法[J].都市快轨交通,2015,28(2):21.
- [4] 谢辉,董德存,欧冬秀,等.轨道交通短期客流预测方法及其算法研究[J].现代城市轨道交通,2011(3):96.
- [5] 王奕,徐瑞华.基于周期时变特点的城市轨道交通短期客流预测研究[J].城市轨道交通研究,2010,1(18):46.
- [6] XIAOBING D, XUECHEN Y, HUA H, et al. The optimization of passengers' travel time under express-slow mode based on suburban line[J]. Mathematical Problems in Engineering,2016,(2):1.
- [7] 屈明月,黄树明.城市轨道交通快慢车方案研究[J].铁道运输与经济,2012(4):12.
- [8] 陈晓峰.上海轨道交通 16 号线快慢车运行方案研究[J].城市轨道交通研究,2014(5):68.

(收稿日期:2017-10-31)