

# 区域内不同层次轨道交通末班车时刻表协同优化

胡勇健 郑俊锋 李 莉

(合肥市轨道交通集团有限公司, 230601, 合肥//第一作者, 高级工程师)

**摘 要** 区域内不同层次轨道交通末班车协同优化是促进区域轨道交通一体化的关键。基于区域内 OD(起讫点)客流可达性, 构建多层拓扑网络, 通过线网复杂度、收车延时值差异等指标确定 OD 间换乘信息复杂度; 通过 MML(多项罗吉特)模型计算末班车时段乘客选择 OD 间不同路径概率, 基于区域 OD 可达性与列车收车总延时值构建多目标优化模型; 设计嵌套 Dijkstra 的 NSGA-II 算法求解模型。合肥多层次轨道交通网络的实例验证结果表明, 该算法求得的最优解集中, 各方案均在一定程度上优于现行方案, 其中最大可达客流量增加比例为 24.29%, 不可达比例优于现行方案的收车延时最小值为 -10.272 min。

**关键词** 轨道交通; 多层次; 末班车; 时刻表; 协同优化

**中图分类号** U291.7<sup>+</sup>5

DOI: 10.16037/j.1007-869x.2022.09.029

## Synergetic Optimization of Regional Multi-level Rail Transit Last Trains Timetable

HU Yongjian, ZHENG Junfeng, LI Li

**Abstract** The synergetic optimization of regional multi-level rail transit last trains is key to integration of regional rail transit. Based on OD passenger flow accessibility in the region, multi-level topological network is constructed, and the complexity of OD transfer information is determined by the complexity of line network and the difference of pickup delay value. Through MML model, the probability of passengers choosing different paths between OD during last bus period is calculated. Based on regional OD accessibility and train pickup total delay, a multi-objective optimization model is constructed. The NSGA-II algorithm with nested Dijkstra is designed to solve the model. Hefei multi-level rail transit network actual case shows that, in the optimal solution set obtained by the algorithm, all schemes are better than the current scheme to a certain extent, in which maximum reachable passenger flow increase rate is 24.29%, and the minimum delay of the unreachable proportion that is better than current scheme has minimum pickup delay of -10.272 min.

**Key words** rail transit; multi-layer; last bus; timetable; synergetic optimization

**Author's address** Hefei Rail Transit Group Co., Ltd., 230601, Hefei, China

## 0 引言

规划建设干线铁路、城际铁路、市域(郊)铁路和城市轨道交通的多层次轨道交通、推进“四网融合”发展,是推进国家新型城镇化战略实施,促进城市群、都市圈一体化发展的重要举措。目前,我国多层次轨道交通仍然面临功能分工不合理、网络布局不完善、枢纽衔接不顺畅等现实问题。接续优化不同层次轨道交通在“四网”枢纽换乘站和线间换乘站的末班车时刻表,是提高多层次轨道交通网络时效性与可达性的重要途径。本文研究不同层次轨道交通末班车时刻表协同优化,主要是通过调整末班车的始发站发车时间与换乘站到达时间,实现不同线路末班车时刻表协同优化,实现区域 OD(起讫点)可达。

单一层次轨道交通(如城市轨道交通)时刻表的既有研究已较为完善,其大致将末班车时刻表协同优化目标分为乘客换乘量最大和网络可达性最大两类。文献[1]以区域 OD 可达客流比例最大和各线路收车延时最小为目标,以列车开行间隔及停站时分作为约束,构建了双目标优化模型。文献[2-3]基于 Logit 模型计算乘客路径选择概率,以时空可达性为目标,构建了双层规划模型。文献[4]基于线网拓扑网络构建复杂度计算指标,实现末班车协同优化。文献[5]通过遗传算法,通过调整列车发车间隔及停站间隔等减少乘客换乘等待时间。文献[6]参考城市轨道交通末班车时刻表优化方法,实现了公交车末班车时刻表协同优化。

城市轨道交通末班车时刻表协同优化问题常以滞留乘客数量最小为目标,但末班车时段 OD 间不同路径存在可行性差异,因此乘客的路径选择将直接影响末班车时段乘客滞留数量。而乘客面对

多层次轨道交通网络和单一层次轨道交通网络时,其路径选择行为存在差异:在单一层次轨道交通网络中,乘客仅以出行总时间最小为目标;而在多层次轨道交通网络中,乘客的出行路径涉及不同层次轨道交通间的换乘,除考虑出行时间最小外,乘客还会考虑换乘的复杂度及困难度。本文分别以乘客路径总的轨道交通复杂度及不同层次轨道交通间收车延时值差异对其进行量化,通过 MML 模型计算乘客选择 OD 间不同路径的概率,使多层次轨道交通末班车时刻表协同优化到达一定程度,以增强长距离出行客流需求的匹配度。

本文设计了算法来分析、判断区域 OD 可达性,从区域 OD 可达性和运营部门成本出发,构建多目标优化模型,以实现不同层次轨道交通末班车时刻表协同优化。

## 1 不同层次轨道交通末班车时刻表协同优化问题描述

不同层次轨道交通末班车时刻表协同优化问题可分为 2 个子问题:区域 OD 可达性判别问题和末班车时刻表协同优化问题。前者为评价后者质量的重要指标,后者为乘客需求及运营部门效益的集中体现。

区域 OD 可达与否取决于乘客换乘过程中的冗余时间,如图 1 所示。若换乘冗余时间大于或等于零,则该次换乘可行。若乘客选择路径中不存在换乘不可行状态,则判断 OD 可达;反之,则不可达。

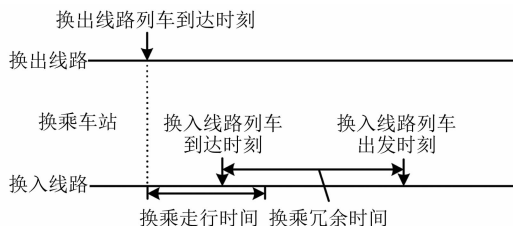
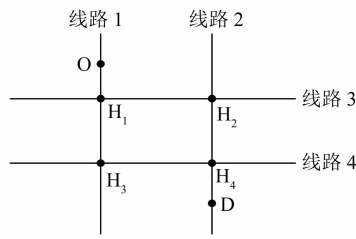


图 1 换乘冗余时间示意图

Fig. 1 Diagram of transfer redundancy time

单一层次轨道交通网络 OD 间常存在多条可行路径,当最佳路径因线路收车而失效后,乘客亦可选择替代方案完成出行。如图 2 所示,OD 间同时包含  $O-H_1-H_2-H_4-D$  和  $O-H_1-H_3-H_4-D$  (H 代表换乘站) 两条可行路径,当其中一条路径因收车失效后,乘客可选择另一条路径。多层次轨道交通网络 OD 间会存在更多可行路径,然而随着乘客出行路径涉及的交通方式和线路的增多,使线路

换乘和收车信息愈加复杂。如图 3 所示,图中空心点为不同层次轨道交通间的换乘点;其 OD 间途经 3 种交通方式,可行路径有 9 条,包含不同层次轨道交通间的 5 个换乘点,乘客难以在出行路径失效时选择当前状态的最佳替代方案。



注:  $H_1$ 、 $H_2$ 、 $H_3$ 、 $H_4$  均为换乘点的编号。

图 2 单一层次轨道交通网络换乘示意图

Fig. 2 Diagram of single-level rail transit network interchange

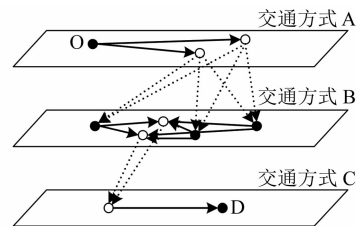


图 3 多层次轨道交通网络换乘示意图

Fig. 3 Diagram of multi-level rail transit network interchange

## 2 不同层次轨道交通末班车时刻表协同优化数学模型

### 2.1 模型假设

为简化模型,增加求解效率,本文多模型做出以下假设:① 列车区间运行时分、停站时分、间隔时间恒定;② 末班车时段内 OD 已知,乘客换乘时间恒定且不低于平均值;③ 乘客对于单一层次轨道交通网络熟悉度恒定且已知;④ 乘客出行需求不因实际交通条件而改变。

### 2.2 模型构建

设  $\theta$  为乘客对不同层次轨道交通网络及服务信息的熟悉度,为乘客对不同层次轨道交通间换乘点、线路覆盖区域及收车时刻差异的量化指标。乘客对网络及服务的熟悉度随  $\theta$  增大而增大。出行路径涵盖多层次轨道交通网络的乘客常具有较低的熟悉度值。本文在文献[7]研究基础上,结合本文研究背景,增加了多层次轨道交通网络中各线路列车收车时刻差异值。本文构建的具体熟悉度计算公式为:

$$\omega_e = n_p + n_c + h_p + \gamma_e w_i, \quad i \in [1, n_a] \quad (1)$$

式中:

$\omega_e$ ——乘客对各层次轨道交通网络的熟悉度;

$\gamma_e$ ——收车时刻差异影响系数;

$n_a$ ——网络中交通方式数量;

$n_p, n_c, h_p$ ——分别为单一层次轨道交通网络中换乘节点数量、不同层次轨道交通间换乘节点数量、单一层次轨道交通网络中的线路数量;

$w_i$ ——多层次轨道交通网络中  $i$  交通方式列车收车时刻差异指标。

$$w_i = (D_{\max} - D_{\min})^{\tau_i} \quad (2)$$

式中:

$\tau_i$ ——时刻差异校正系数;

$D_{\max}, D_{\min}$ ——分别表示线网中的最晚和最早收车时间。

多层次轨道交通网络 OD 间线路信息复杂度计算公式为:

$$\omega_{OD} = \sum_{i=1}^{n_a} \delta_i \omega_i \quad (3)$$

式中:

$\omega_{OD}$ ——OD 间线路信息复杂度;

$\delta_i$ ——乘客最短出行路径上交通方式  $S_i$  的被选择线路是否存在已收车的情况, 如已收车, 取值为 1, 反之, 取值为 0。

文献中常将  $\theta$  控制在  $[0.05, 5.00]$ 。本文在  $\theta$  基础上根据影响因素进行调整, 调整后的乘客对多层次轨道交通网络的熟悉度  $\theta_d$  计算公式为:

$$\theta_d = \theta(1 - f_1 \omega_{OD}) \quad (4)$$

式中:

$f_1$ ——网络复杂度对熟悉度的影响因子。

以乘客出行时间为效用值, 利用 MML 模型, 构建乘客在出行条件限制下的路径选择概率模型:

$$P_{r,OD} = \frac{\exp(-\theta c_{r,OD})}{\sum_i \exp(-\theta_d c_{r,OD})} \quad (5)$$

其中:

$$c_{r,OD} = \sum_i L_{r,OD,i} / v_i \quad (6)$$

式中:

$P_{r,OD}$ ——按 OD 间出行时间从小到大排列的第  $r$  条可行路径被乘客选择概率(不包含 OD 间的最短路径);

$c_{r,OD}$ ——OD 间第  $r$  条路径的效用值;

$L_{r,OD,i}$ ——交通方式  $S_i$  该路径上的里程;

$v_i$ ——交通方式  $S_i$  的列车运行速度。

未选择其他可行路径的乘客成为滞留乘客, 总滞留乘客  $q_{na}$  计算公式为:

$$q_{na} = \sum_r (\xi_{o,d,t} q_{o,d,t} P_{r,o,d} + \xi_{o,d,t} q_{o,d,t} P_{r,o,d} - \sum_t \sum_r R_{r,o,d,t,\min}) \quad (7)$$

式中:

$t_{\max}$ ——多层次轨道交通网络中的最晚发车时间;

$\xi_{o,d,t}$ ——末班车时段乘客选择轨道交通的比例;

$q_{OD,t}$ ——时刻  $t$  OD 间客流量;

$P_{r,m,OD}$ ——OD 间出行时间最短路径的选择概率;

$R_{r,OD,t,\min}$ ——时刻  $t$  OD 间第  $r$  条可行路径上列车定员数最小值。

模型目标 1 总滞留乘客最小数量  $Z_1$  为:

$$Z_1 = \min \sum_r (\xi_{o,d,t} q_{o,d,t} P_{r,m,o,d} + \xi_{o,d,t} q_{o,d,t} P_{r,o,d} - \sum_t \sum_r R_{r,o,d,t,\min})$$

因运营计划调整而造成的多层次轨道交通网络中各线路收车最小延时  $Z_2$  计算公式即目标 2 为:

$$Z_2 = \min \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{j=1}^{k_i} \mu_i D_{i,j} \quad (8)$$

式中:

$\mu_i$ ——交通方式  $S_i$  收车延时值的影响权重, 其

中,  $\sum_{i=1}^{n_a} \mu_i = 1$ ;

$D_{i,j}$ ——交通方式  $S_i$  的第  $j$  条线路的收车延时值。

模型的约束条件为:

$$\begin{cases} x_{c,i,j,v} = x_{c_2,i,j,1} + \sum_{v=1}^{v_{i,j}} g_{i,j,v} + \sum_{v=1}^{v_{i,j}-1} h_{i,n} \\ x_{c,m,i,j,v} = x_{c,m,i,j,1} + \sum_{v=1}^{v_{i,j}} g_{i,j,v} + \sum_{v=1}^{v_{i,j}} h_{i,n} \\ x_{c,m,i,j,v} \leq T_{l,i} \\ x_{c,m,i,j,v} - x_{c-1,m,i,j,v} \geq h_{i,m} \\ x_{c,m,i,j,v} - x_{c-1,m,i,j,v} \geq h_{i,m} \\ D_{i,j} > D_{i,j,\max} \end{cases} \quad (9)$$

式中:

$x_{c,i,j,v}, x_{c,m,i,j,v}$ ——第  $S_i$  种制式轨道交通的第  $j$

条线路倒数第  $c$  次列车在车站  $v$  的到、发时刻;

$v$ ——各制式间换乘节点中的制式内换乘节点;

$g_{i,j,v}$ ——第  $S_i$  种制式轨道交通的第  $j$  条线路上车站  $v$  至  $v+1$  间运行时间;

$h_{i,n}$ ——线路  $S_i$  停站时间;

$T_{l,i}$ ——第  $S_i$  种制式轨道交通的最晚发车时间;

$h_{i,m}$ ——线路  $S_i$  发车间隔时间;

$D_{i,j}, D_{i,j,\max}$ ——分别表示第  $S_i$  种制式轨道交通的第  $j$  条线路的收车延时值、延时值最大值。

### 3 多制式轨道交通末班车时刻表协同优化的算法设计

本文基于乘客出行需求及运营部门效益构建了多目标优化模型。对多目标优化模型进行处理时,常引入权重系数实现多目标向单目标的转化。但这种方式的主观性较大,结果形式较单一。本文提出嵌套 Dijkstra 搜索法的 NSGA-II 求解算法。Dijkstra 算法用以求解末班车时段区域 OD 是否可达,基于 NSGA-II 算法搜索决策空间中的最优解集合,协调、组合后确定分目标最佳方案。

#### 3.1 改进 Dijkstra 算法

本文以 OD 间乘客最晚乘车时间量化区域 OD 可达性,基于最晚到达时间问题(K-LAP),从乘客终点站最晚到达时间向前推,以确定最晚乘车时间,设定以下变量:

$X_{c,i,j,u,v}$ ——交通方式  $S_i$  第  $j$  条线路倒数第  $c$  次列车在车站  $u$  的到达时间;

$X_{c,m,i,j,u,v}$ ——交通方式  $S_i$  第  $j$  条线路倒数第  $c$  次列车在车站  $u$  的出发时间;

$M(u,v,w)$ ——从有向边  $e(u,v)$  至边  $e(v,w)$  的换乘时间;

$t_{c,r,i,j,w,u,v}$ ——有向边  $e(w,u)$  至边  $e(u,v)$  的换乘冗余时间;

$e(u,v)^-$ ——有向边的上一可行边;

$E_*$ ——不同层次轨道交通的换乘节点与单一层次轨道交通换乘节点组成边的集合(利用标记法计算时仅考虑  $E_*$ ,其余边利用  $E_*$  内涉及的关键节点进行推算)。

具体算法步骤如下:

步骤 1:标记值初始化。针对每一终到点  $D$ ,搜索其与不同层次轨道交通的换乘节点与单一层次

轨道交通换乘节点组成边的集合,标记  $c(u,v) = X_{1,m,i,j,u,v}$ ,其余边标记为 0。

步骤 2:若  $E_*$  内所有  $c(o,v) \geq c(u,v)$ ,算法转至步骤 6。 $o$  节点标记值即为起讫点 OD 间的最晚乘车时间,不满足则继续。

步骤 3:记  $E_*$  内  $c(u,v)$  最大的边为  $e(u_*,v_*)$ ,标记值记为  $c(u_*,v_*)$ 。

步骤 4:搜索  $e(u_*,v_*)$  的起点  $v_*$  的所有邻接边  $e(w,u_*)$ ,确定换乘可行的边,即满足  $t_{c,r,i,j,w,u,v} \geq 0$ ,记搜索的列车为  $c_*$ , $t_{c,r,i,j,w,u,v} = c(u_*,v_*) - M(u,v,w) - X_{c,i,j,u,v}$ ,基于初始出行路径客流  $q_{OD}$ ,以路径选择概率  $P_{r,OD}$  计算可行路径选择客流量。

步骤 5:针对以  $u_*$  为有向边的边  $e(u,v)$  更新其标记值  $c(u,v)$ ,判断  $e(u,v)$  倒数  $c_*$  列车在  $u$  的发车时间  $X_{c,m,i,j,u,v}$  与  $c(u,v)$  的大小关系。若  $X_{c,m,i,j,u,v} > c(u,v)$ ,则  $c(u,v) = X_{c,m,i,j,u,v} - e(u_*,v_*)^- = e(u_*,v_*)$ ,返回步骤 2。

步骤 6:算法停止。输出 OD 间乘客最晚乘车时间, $c(o) = \max c(w,u)$ ,依顺序输出  $c(w,u)$ ,不可行的上一条可行边即为 OD 间最晚可达路径。

#### 3.2 NSGA-II 算法

NSGA-II 算法为基于 Pareto 最优解架构建的优化算法,一定程度避免了多目标优化算法中权重取值的主观性。本文将各 OD 间列车始发时刻作为算法基因,以染色体表征各方案,染色体数目为多层次轨道交通网络内线路数总和。在算法进化阶段,利用距离大小与各基因支配关系对个体进行筛选,最后基于融合变异随机法与单点交叉法的混合进化法处理个体,当目标函数值波动范围在阈值内时,算法停止。

### 4 实例分析

多层次轨道交通网络常包含高速铁路、城际铁路、市域铁路、城市轨道交通。本文以高速铁路与城市轨道交通的末班车时刻表协同优化为例进行实力验证,以合肥地铁、合福高铁、合武高铁、合蚌高铁、商杭高铁构成的多层次轨道交通网络为例分析模型算法的合理有效性。截止 2022 年 5 月,合肥地铁共开通 5 条线路,共有 122 座车站投入使用;线路内部共设 8 座换乘站,其中与高速铁路换乘的换乘站共有 2 座。基于多层次轨道交通网络特征构建城市轨道交通、高速铁路的双层复合拓扑网络,换乘信息如表 1 所示。

表 1 合肥地铁各线与合肥各高铁线的换乘信息表

Tab. 1 Transfer information between metro lines and high-speed railway lines in Hefei

地铁站	高铁站与地铁站间换乘时间/min	
	合肥南车站	合肥站
1 号线换乘站	11	9
4 号线换乘站	12	
3 号线换乘站		9

注：合肥南站为合福高铁列车和合武高铁列车到达站；合肥站为合蚌高铁列车和商杭高铁列车到达站；合肥南车站为地铁 1 号线和 4 号线换乘站；合肥站为地铁 1 号线和 3 号线换乘站。

城市轨道交通与高速铁路的列车收车时间有差异,本文仅选取城市轨道交通末班车时段内的列车进行时刻表优化。现仅对 2022 年 2 月 1 日—28 日的 22:00—23:50 时段内日平均客流量进行分析。表 2 为合肥地铁末班车 OD 日均客流量。表 3 为各高铁线路部分末班车日均客流量。部分模型参数取值见表 4。

表 2 合肥地铁 2022 年 2 月 1 日—28 日部分末班车 22:00—23:50 时段内日均客流量

Tab. 2 Daily average passenger flow of some last trains of Hefei Metro during 22: 00—23: 50 period of 1st-28th February 2022

乘车区间	客流量/(人次/d)
长淮站—合肥火车站	733
合肥南车站—望湖城站	1 460
四牌楼站—大东门站	3 453
五里墩站—三里庵站	1 902
竹西站—淝南站	270
合肥南车站—望湖城南站	331
工大翡翠湖站—大学城北站	808
国防科技大学站—西七里塘站	808

表 3 合肥各高铁线路 2022 年 2 月 1 日—28 日部分列车 22:00—23:50 时段内日均客流量

Tab. 3 Daily average passenger flow of some trains on high-Hefei speed railway lines during 22:00—23: 50 period of 1st-28th February 2022

线路名称	客流量/(人次/d)
合福高铁(福州站—合肥南车站)	37
合武高铁(武汉站—合肥南车站)	76
合蚌高铁(蚌埠站—合肥站)	144
商杭高铁(杭州站—合肥站)	43

利用 Matlab 软件编程求解模型。NSGA-II 算法参数设置为:初始种群规模为 150 个,最大迭代次数为 250 次,最优前段个体系数为 0.32。算法运行结束后共生成 15 个 Pareto 最优解。

表 4 模型参数取值表

Tab. 4 Model parameter value

模型参数	取值
$n_a$	2
$\tau_i$	0.39
$\theta$ 基础值	2
$f_1$	0.42
$\mu_1, \mu_2, \mu_3$	0.5, 0.3, 0.2
$h_i, h_{i,n}, h_{i,m}$	3 min, 3 min, 2 min

注： $h_i$  为线路  $S_i$  到发间隔或通发间隔。

算法生成的 Pareto front 图及 Pareto 分析表分别如图 4 和表 5 所示。

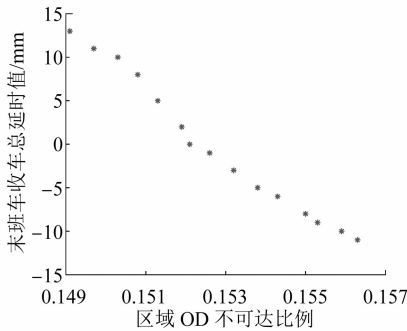


图 4 Pareto front 图

Fig. 4 Diagram of Pareto front

由图 4 可见:末班车收车总延时值与区域 OD 不可达比例呈现近似反比的关系。当区域 OD 不可达比例为最小值 0.149 6 与最大值 0.155 7 时,末班车收车总延时值分别取得最大值 12.715 min 与最小值-10.272 min(负值表示优化方案末班车收车时间早于现行方案的)。

表 5 展示了部分 Pareto 解集合,其目标函数包含末班车收车最小延时值和不可达最小客流量 2 个子目标;方案序号从小到大表示末班车收车最小延时值目标的权重从小到大,不可达最小客流量目标的权重从大到小。序号 1 的方案具有最小的不可达比例,同时其具有最大的末班车收车延时值,可达比例较原方案增加了 24.29 %。最优方案集合中,客流不可达比例随末班车延时值减少而提高,这是由于提前收车致使乘客的出行路径大量失效,产生大量不可行客流。第 7 个方案后,具有比现有开行方案更早的收车时间,在此条件下运营部门成本较低,同时具有比现行方案更低的不可达比例,因此运营部门可根据不可达比例与末班车收车延时值侧重于解集中选择合适的方案。

表 5 部分 Pareto 最优解分析表  
Tab. 5 Partial Pareto optimal solution analysis

方案 序号	不可达客流 总量/人次	不可达 比例	多层次轨道交通网络 末班车收车时间 平均值	末班车收车 时间延时值/ min	发车时间 平均变化值/ s	可达客流 增加比例/%	可达客流量值 变化值/人次
现行方案	2 086	0.153 8	23:03	0			
1	2 029	0.149 6	23:15	12.715	推后 56	24.29	3 294
3	2 037	0.150 4	23:12	9.024	推后 45	20.27	2 749
5	2 049	0.151 1	23:07	4.248	推后 22	15.38	2 085
7	2 053	0.151 4	23:04	1.012	推后 7	13.27	1 799
9	2 078	0.153 2	23:00	-3.157	提前 14	-1.04	-141
15	2 111	0.155 7	22:50	-10.272	提前 38	-9.22	-1 250

5 结语

本文研究了多层次轨道交通网络末班车时刻表协同优化问题,并以合肥地铁、合福高铁、合武高铁、合蚌高铁、商杭高铁组成的多层次轨道交通网络为例进行了实例分析。结果表明:最优方案集均在一定程度优于现行方案,其中不可达比例最低的方案可达客流增加 24.29%,发车时间推后 56 s;不可达比例优于现行计划的方案中,末班车收车延时最小值为-10.272 min,城市轨道交通在 10:50 的不可达客流数量达到峰值,因此需增加相应时段的列车开行频率。实例分析表明模型具有有效性,为多层次轨道交通网络协调及决策提供了一定的理论支撑。

参考文献

[ 1 ] 周霞,吕红霞,陈钉均,等. 基于时空可达的城市轨道交通末班车时刻表优化[ J ]. 综合运输,2020( 4 ):45.  
ZHOU Xia, LYU Hongxia, CHEN Dingjun, et al. Optimization of the last bus schedule of urban rail transit based on spatiotemporal accessibility[ J ]. Comprehensive Transportation Review,2020( 4 ):45.

[ 2 ] 郭建媛,贾利民,秦勇. 运行计划约束下的动态可达性分析与计算[ J ]. 交通运输系统工程与信息,2015( 1 ):118.  
GUO Jianyuan, JIA Limin, QIN Yong. Analysis and computing

dynamic accessibility with constraints of schedule[ J ]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology,2015( 1 ):118.

[ 3 ] 温芳,柏赞,李宁海,等. 考虑线网可达性的城市轨道交通末班车时刻表优化[ J ]. 铁道科学与工程学报,2019( 6 ):1569.  
WEN Fang, BAI Yun, LI Ninghai, et al. Timetable synchronization of last trains in urban rail systems to maximize network accessibility[ J ]. Journal of Railway Science and Engineering,2019( 6 ):1569.

[ 4 ] 徐瑞华,李璇. 城市轨道交通网络末班车衔接方案的综合优化[ J ]. 同济大学学报( 自然科学版 ),2012( 10 ):1510.  
XU Ruihua, LI Xuan. Comprehensive optimization for connection scheme of last trains in urban mass transit network[ J ]. Journal of Tongji University ( Natural Science ), 2012( 10 ):1510.

[ 5 ] WONG R C W, YUEN T W Y, FUNG K W, et al. Optimizing timetable synchronization for rail mass transit[ J ]. Transportation Science,2008( 1 ):57.

[ 6 ] KANG L, ZHU X, SUN H, et al. Last train timetabling optimization and bus bridging service management in urban railway transit networks[ J ]. Omega,2019,84:31.

[ 7 ] 倪少权,杨皓男,彭强. 基于乘客路径选择的多制式轨道交通客流分配[ J ]. 交通运输系统工程与信息,2021( 1 ):108.  
NI Shaoquan, YANG Haonan, PENG Qiang. Passenger flow distribution of regional multi-standard rail transit based on passenger route selection[ J ]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology,2021( 1 ):108.

( 收稿日期:2022-05-18 )

敬请关注《城市轨道交通研究》微信视频号

《城市轨道交通研究》微信视频号聚焦轨道交通行业内的热点问题、焦点问题,以及新技术、新成果,邀请相关专业领域内的专家学者及高级管理人员以视频方式解读和评述,是您及时获知行业资讯深度了解轨道交通各专业领域的最佳平台。您还可以通过该平台查阅往期论文、查询稿件进度、开具论文录用通知书。敬请关注。

