

暗挖车站零距离下穿既有隧道施工的应力分析^{*}

徐延召¹ 易领兵^{2**} 吕兆龙³ 杨 忠³ 吴程浩² 王 宇⁴
杨涌跃² 郑力铭⁵ 宋 欣⁶

(1. 郑州地铁集团有限公司, 450003, 郑州; 2. 中国交建轨道交通事业部, 100088, 北京;

3. 郑州一建集团有限公司, 450099, 郑州; 4. 郑州宝冶钢结构有限公司, 450047, 郑州;

5. 中铁工程设计咨询集团有限公司, 100088, 北京; 6. 中国国家铁路集团有限公司工程管理中心, 100088, 北京//第一作者, 高级工程师)

摘 要 目的: 某大断面平顶直墙暗挖地铁车站零距离下穿既有地铁矩形区间隧道施工, 需分析施工过程对既有隧道的应力影响。方法: 以零距离密贴下穿既有地铁矩形区间隧道的新建大断面平顶直墙暗挖地铁车站工程为背景, 对洞桩法暗挖站工程施工进行设计; 利用有限元分析软件建立有限元计算模型, 对新建车站零距离下穿既有隧道的施工过程进行模拟分析, 研究施工过程中既有隧道最大主应力、最大拉应力及最大剪切应力的变化规律及发生位置; 进一步分析区间隧道混凝土结构塑性破坏区范围; 比较应力监测值与模拟值的变化趋势及发生位置, 通过拟合度来佐证了模拟的准确性和可实施性。结果及结论: 随施工步骤进行, 既有隧道结构最大主应力、最大拉应力及最大剪切应力均逐渐增大。根据实际监测结果, 从步骤 1 到步骤 5, 三者增大幅度均很小; 从步骤 5 到步骤 6, 三者分别突然增大到 62.15、84.62、47.62 MPa, 增大比例分别达 315.0%、351.0% 及 378.1%; 随后, 三者分别缓慢增至 68.75、89.61、51.03 MPa。既有区间结构底板区间 b 段靠近变形缝 1 处附近混凝土结构表面有微小裂纹变化。实际监测数据与模拟计算结果基本吻合。监测结果还表明, 采取适当减缓施工进尺并及时进行支顶等措施, 能有效防止既有结构混凝土表面裂纹的出现, 进而对既有隧道起到保护作用。

关键词 暗挖车站; 零距离; 下穿施工; 隧道; 应力分析

中图分类号 TU431

DOI:10.16037/j.1007-869x.2023.08.007

Stress Analysis of Underground-excavated Station Zero-distance Under-passing Existing Tunnel Construction

XU Yanzhao, YI Lingbing, LYU Zhaolong, YANG Zhong, WU Chenghao, WANG Yu, YANG Yongyue, ZHENG Liming, SONG Xin

Abstract Objective: In the construction of an underground-excavated metro station with large cross-section, flat roof and straight wall that under-passes the existing metro rectangular interval tunnel, it is necessary to analyze the stress impact of construction process on existing tunnel. Method: Taking the construction of a newly-built station similar to the above as research background, the construction of PBA (pile-beam-arch) method station project is designed. A finite element analysis software is used to establish a calculation model simulating and analyzing the above construction process of the newly-built station. The variation law and locations of maximum principal stress, maximum tensile stress, and maximum shear stress in the existing tunnel during the construction process are investigated. Furthermore, the range of concrete structure plastic failure zone of the interval tunnel is analyzed. The variation trends and locations of the stress monitored and simulated values are compared, and the simulation accuracy and feasibility are confirmed through goodness of fit. Result & Conclusion: With the progress of construction steps, the maximum principal stress, maximum tensile stress, and maximum shear stress in the existing tunnel structure gradually increase. Based on the field-monitored results, from step 1 to step 5, the increases in the above three are relatively small. However, from step 5 to step 6, they suddenly increase to 62.15 MPa, 84.62 MPa, and 47.62 MPa, with increase ratios of 315.0%, 351.0%, and 378.1%, respectively. Subsequently, they slowly increase to 68.75 MPa, 89.61 MPa, and 51.03 MPa. Minor cracks and changes are observed on the concrete structural surface of the existing interval structure bottom plate segment b that is near the deformation joint 1. The field-monitored data is in good agreement with the simulation calculation results. The moni-

^{*} 河南省科技厅自然科学基金资助项目(162102210188); 河南省建筑业协会科研开发项目(YJX-2023-K01, YJX-2023-K02)

^{**} 通信作者

tored results also indicate that adopting appropriate measures to slow down the construction progress and timely implementing supporting measures can effectively prevent the occurrence of cracks on the concrete surface of existing structure, thus protecting the existing tunnel.

Key words underground-excavated station; zero-distance; under-passing construction; tunnel; stress analysis

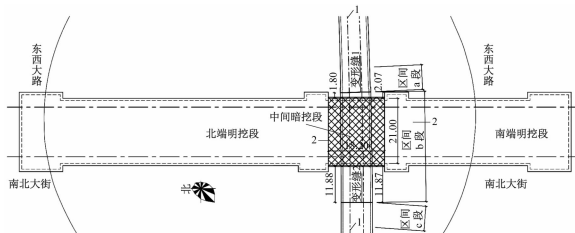
First-author's address Zhengzhou Metro Group Co., Ltd., 450003, Zhengzhou, China

近些年来,随着城际铁路、市域铁路及城市轨道交通等项目的全面开建,不可避免地出现新建线路与既有线路上跨、下穿及侧穿等诸多情况。文献[1]对洞桩法若干小导洞施工过程中,应力场的分布规律进行了研究;文献[2]对交叉重叠隧道在净距较小条件下施工过程中的力学影响进行了研究;文献[3]对新建隧道采取暗挖法近距离下穿区间施工方案进行了研究;文献[4]对大跨度小净距若干隧道群的开挖施工方案进行了研究;文献[5]对某4条线路隧道在长距离密贴条件下施工对车站的影响进行了研究;文献[6]对某区间下穿施工对车站的影响进行了研究;文献[7]对黄土区域某通道上穿暗挖施工对地铁区间的力学及变形影响进行了研究;文献[8]对新建地铁下穿施工对地铁站的影响进行了研究。

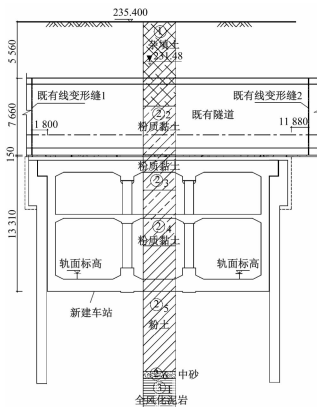
本文结合某具体工程,对暗挖站零距离下穿施工条件下的隧道应力变化趋势及分布规律进行研究,并进一步分析了区间隧道混凝土结构塑性破坏区范围;比较施工中应力监测值与模拟值的变化规律及发生位置,通过拟合度来佐证了模拟的准确性和可实施性。

1 工程概况

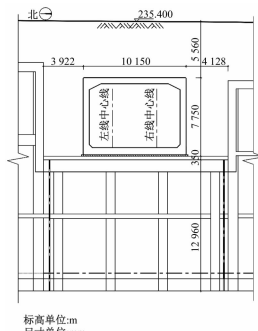
新建车站为南北向布置,采用明暗挖结合施工。南端明挖段长100.0 m,中间暗挖段长18.2 m,北端明挖段长60.4 m,明挖部分基坑深26~27 m,暗挖部分顶部至地面约为13 m,底埋深约为26~27 m。新建的平顶直墙暗挖车站零距离下穿既有的矩形断面隧道。新建车站与既有隧道的平剖面位置关系如图1所示。为便于后续论述,特在图1中注明:变形缝1东侧既有隧道为区间a段,变形缝1和变形缝2之间既有隧道为区间b段,变形缝2西侧既有隧道为区间c段。



a) 平面图



b) 1-1 剖面图



c) 2-2 剖面图

图1 新建车站与既有隧道的位置关系

Fig.1 Location relation of newly-built station and existing tunnel

2 建立有限元计算模型

本文采取 ABAQUS 有限元软件建立有限元计算模型,对施工过程中的既有隧道应力进行模拟计算。根据圣维南原理及以往工程案例可知,仅在地下施工空间周围距地下空间中心3~5倍开挖范围内存在实际影响。结合本工程实际勘察情况及计算需求确定模型计算范围,确定计算模型尺寸为180 m(x向)×50 m(z向)×80 m(y向)。土、砂、岩采用 Mohr-Coulomb 模型模拟;拟建地铁车站及既有隧道采用线弹性本构模型模拟;除地表为自由面外,其余四面及底面采取固定约束以限制各向位移。图2为计算模型图,图3为相对位置关系模型图。各土层及结构力学指标详见表1。

施工过程共有8个施工步骤,土体-结构断面如图4所示。

步骤1:1号导洞开挖与支护;1号导洞贯通后,施做洞内的灌桩柱和桩顶冠梁。

步骤2:4号导洞开挖与支护;4号导洞贯通后,施做洞内的灌桩柱和桩顶冠梁。

步骤3:2号导洞开挖与支护;2号导洞贯通后,

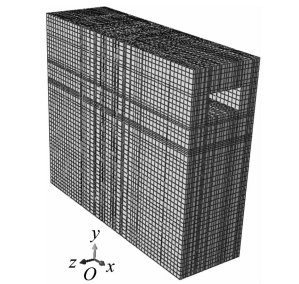


图2 计算模型
Fig.2 Calculation model

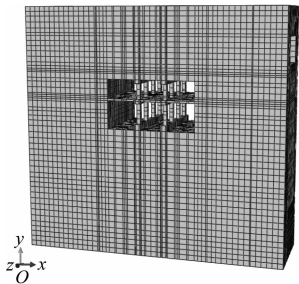


图3 相对位置关系模型
Fig.3 Relative position relationship model

表1 材料力学性能参数

Tab.1 Mechanical property parameters of materials					
材料	重度/ (kN/m ³)	压缩模量/ MPa	泊松比	黏聚力/ kPa	内摩擦 角/(°)
①杂填土	16.2	3.98	0.15	5.87	9.88
② ₂ 粉质黏土	19.4	5.15	0.30	30.24	13.25
② ₃ 粉质黏土	19.8	7.25	0.30	35.41	12.87
② ₄ 粉质黏土	19.7	9.21	0.29	52.24	13.76
② ₅ 粉土	19.3	4.45	0.24	56.97	14.02
② ₆ 中砂	20.3	9.76	0.21	0	36.00
③ ₁ 全风化泥岩	19.7	9.87	0.29	70.00	19.00
③ ₂ 强风化泥岩	21.3	15.64	0.26	80.00	23.00
③ ₃ 中风化泥岩	22.5	29.75	0.26	100.00	25.00
C30 混凝土	25.0	29.00	0.20		
C50 混凝土 (钢管柱注浆)	25.0	35.00	0.20		
钢支护及钢筋等	78.0	20.50	0.30		

施做2号导洞内的灌注桩、钢管柱、顶纵梁和部分顶板。

步骤4:3号导洞开挖与支护;3号导洞贯通后,施做2号导洞内的灌注桩、钢管柱、顶纵梁和部分顶板。

步骤5:开挖2、3号导洞之间的Ⅰ部土体;贯通

后进行拆除2、3导洞部分初期支护,施做部分顶板。

步骤6:开挖1、2号导洞之间的Ⅱ部土体,以及3、4号导洞之间的Ⅲ部土体;拆除其余部分初期支护后,施做剩余顶板和部分侧墙。

步骤7:向下开挖,施做车站中板、中纵梁和部分侧墙。

步骤8:向下开挖,施做车站底板和剩余部分结构,完成车站暗挖段施工。

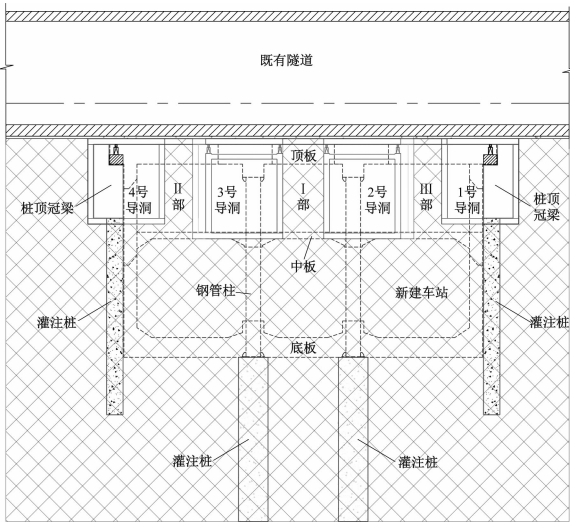


图4 土体-结构断面示意图
Fig.4 Diagram of soil-structure profile

3 有限元计算结果分析

既有隧道为C30钢筋混凝土框架结构,其抗压强度设计值为14.30 MPa,抗拉强度与抗剪强度设计值为1.43 MPa,钢筋材料的抗拉强度设计值为310.00 MPa。本文将以此为依据对应力计算结果进行分析。

为节约篇幅,本文仅列出步骤8(施工即将完成时)的应力云图,并对各步骤的应力变化趋势进行分析。模拟得到的各施工步骤下既有隧道应力最大值发生位置如表2所示。其中,位置坐标系原点(0,0,0)位于下穿段开挖起始断面、注浆加固区底部东侧底角。

3.1 最大主应力

图5为步骤8的既有隧道主应力云图。图6为步骤8的既有隧道主应力分布俯视图。图7为不同施工步骤下的既有隧道最大主应力曲线图。

根据计算结果,最大主应力基本出现在既有隧道的底部变形缝1附近,处于区间b段上,且既有结

表 2 各施工步骤下既有隧道应力最大值发生位置

Tab.2 Positions of existing tunnel maximum stress values at each construction step

步骤	最大主应力 发生位置坐标	最大拉应力 发生位置坐标	最大剪切应力 发生位置坐标
1	(2.0,8.4,-12.7)	(2.0,8.4,-12.65)	(2.0,8.4,-12.7)
2	(2.6,8.4,-12.7)	(2.0,8.4,-12.65)	(2.6,8.4,-12.7)
3	(2.6,8.4,-12.7)	(2.0,8.4,-12.65)	(2.6,8.4,-12.7)
4	(2.6,8.4,-12.7)	(2.0,8.4,-12.65)	(2.6,8.4,-12.7)
5	(2.6,8.4,-12.7)	(8.4,9.0,-3.1)	(2.6,8.4,-12.7)
6	(2.6,8.4,-12.0)	(2.6,9.0,-12.0)	(2.6,8.4,-3.1)
7	(2.6,8.4,-12.0)	(2.6,9.0,-12.0)	(2.6,8.4,-3.1)
8	(2.6,8.4,-12.0)	(2.6,9.0,-12.0)	(2.6,8.4,-3.1)

注:坐标为(x,z,y)。

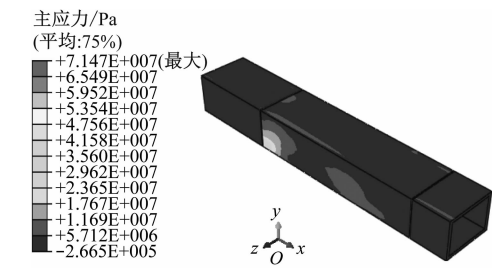


图 5 步骤 8 的既有隧道主应力云图

Fig.5 Nephogram of existing tunnel principal stress at step 8

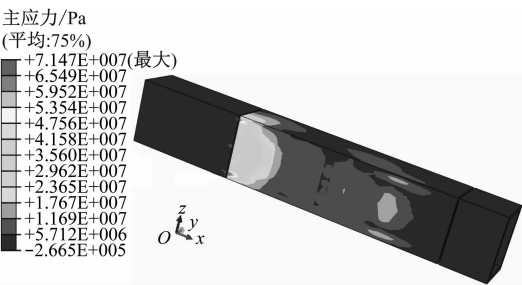


图 6 步骤 8 的既有隧道主应力仰视云图

Fig.6 Bottom view nephogram of existing tunnel principal stress at step 8

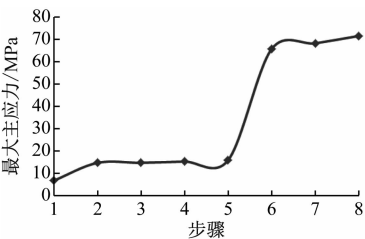


图 7 不同施工步骤下的既有隧道最大主应力曲线图

Fig.7 Curve diagram of existing tunnel maximum principal stress at different construction steps

构顶部基本处于受压状态。这表明在整个施工过程中既有隧道结构呈“凹向上”的弯曲变形趋势。

随着开挖施工的进行,既有隧道的最大主应力呈不断增加的趋势:从步骤 1 到步骤 5,最大主应力缓慢增大,且增大幅度很小;从步骤 5 到步骤 6,最大主应力值突然增大到 65.61 MPa,增大比例高达 314.7%;随后,增加幅度放缓慢,最终增大到 71.47 MPa。

3.2 最大拉应力

图 8 为步骤 8 的既有隧道拉应力云图。图 9 为不同施工步骤下的既有隧道最大拉应力曲线图。

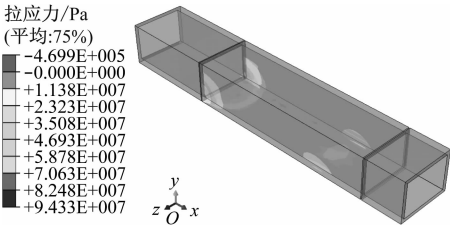


图 8 步骤 8 的既有隧道拉应力云图

Fig.8 Nephogram of existing tunnel principal stress at step 8

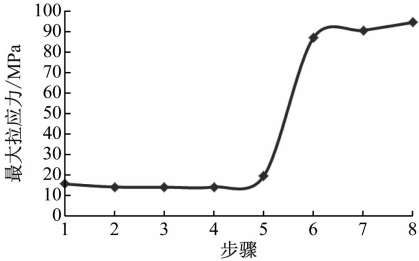


图 9 不同施工步骤下的既有隧道最大拉应力曲线图

Fig.9 Curve diagram of existing tunnel maximum principal stress at different construction steps

由图 5—图 6 可见,最大拉应力附近区域的应力变化比较明显,在相应位置既有隧道的结构表面将可能出现张裂裂纹。根据计算结果,最大拉应力均出现在既有线底板变形缝 1 附近:在开挖步骤 1 中,最大拉应力出现在区间 a 段;后续开挖过程中,最大拉应力均处于区间 b 段底板局部区域。可见,应力变化较明显的区域位于相应开挖步骤部位上方、偏近于变形缝 1 处,反映出施工过程对相应部位上方既有隧道的扰动影响。

进一步分析模拟结果可以看出,随着开挖施工的进行,既有隧道的最大拉应力呈不断增加的趋势:从步骤 1 到步骤 5,最大拉应力缓慢增大,且增幅很小;从步骤 5 到步骤 6,最大拉应力值突然增大到 86.92 MPa,增大比例达 346.9%;随后,增加幅度

放缓,最大拉应力最终增大到 94.33 MPa。

在施工过程中,既有隧道结构的最大拉应力值超过 C30 混凝土的拉应力设计值,故在施工期间既有隧道的混凝土可能出现裂纹。最大拉应力值虽未超过钢筋抗拉强度设计值,但这对既有结构是一潜在的不利因素。因此,在施工期间,应勤于观测结构面裂纹变化,在特殊情况下应适当减缓施工,并采取相应加固支护措施,防止结构表面大面积开裂。

3.3 最大剪切应力

图 10 为步骤 8 的既有隧道剪切应力仰视云图,图 11 为既有隧道的结构剪切应力云图。图 12 为不同施工步骤下的既有隧道最大剪切应力曲线图。

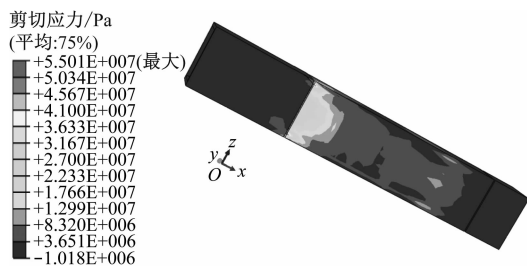


图 10 步骤 8 的既有隧道剪切应力仰视云图

Fig. 10 Bottom view nephogram of existing tunnel shear stress at step 8

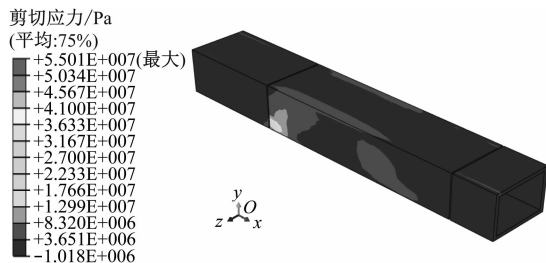


图 11 步骤 8 的既有隧道剪切应力云图

Fig. 11 Nephogram of existing tunnel shear stress at step 8

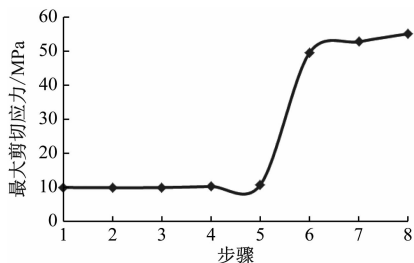


图 12 不同施工步骤下的既有隧道最大剪切应力曲线图

Fig. 12 Curve diagram of existing tunnel maximum shear stress at different construction steps

由模拟结果可以看出:随着开挖施工的进行,

既有隧道的结构最大剪切应力呈不断增加的趋势。最大剪切应力出现在变形缝 1 附近,处于区间 b 段上。

随施工步骤进行,既有隧道的最大剪切应力逐渐增大:从步骤 1 到步骤 5,最大剪切应力缓慢增大,且增幅很小;从步骤 5 到步骤 6,最大剪切应力突然增大到 49.46 MPa,增大比例达 363.5%;随后,增幅放缓,最终最大剪切应力增大到 51.03 MPa。

在施工过程中,既有隧道的最大剪切应力值超过 C30 混凝土设计值,故混凝土在施工期间可能会出现裂纹,这对既有结构是一潜在不利因素。在施工期间,应勤观测结构面裂纹变化,特殊情况适当减缓施工,采取相应加固支护措施,防止结构大面积表面开裂。

3.4 结构塑性破坏区

各步骤的既有隧道弹塑性区域分布如图 13 所示。由图 13 可以看出:大部分塑性区位于结构底板上,且位于东侧变形缝 1 附近区域;在既有隧道的侧壁上也有部分塑性区域。在塑性区内,既有隧道的 C30 混凝土结构将处于极不安全状态,随时会萌生裂纹或开裂,甚至大面积开裂,这将会大大降低结构的安全性。在施工过程中应该严密监视塑性区部位,防止裂纹发生。

4 模拟结果与施工监测结果的对比

在实际施工过程中,对各施工步骤的最大主应力、最大拉应力及最大剪切力变化情况进行监测,并绘制各施工步骤的实际应力监测曲线,如图 14 所示。

根据实际监测结果,总结各应力的变化规律如下:

1) 既有隧道的最大主应力。从步骤 1 到步骤 5,最大主应力缓慢增大,且增幅很小;从步骤 5 到步骤 6,最大主应力值突然增大到 62.15 MPa,增大比例达 315.0%;随后,最大主应力增幅放缓,最终增至 68.75 MPa。

2) 既有隧道的最大拉应力。从步骤 1 到步骤 5,最大拉应力缓慢增大,且增幅很小;从步骤 5 到步骤 6,最大拉应力值突然增大到 84.62 MPa,增大比例达 351.0%;随后,最大拉应力增幅放缓,最终增至 89.61 MPa。

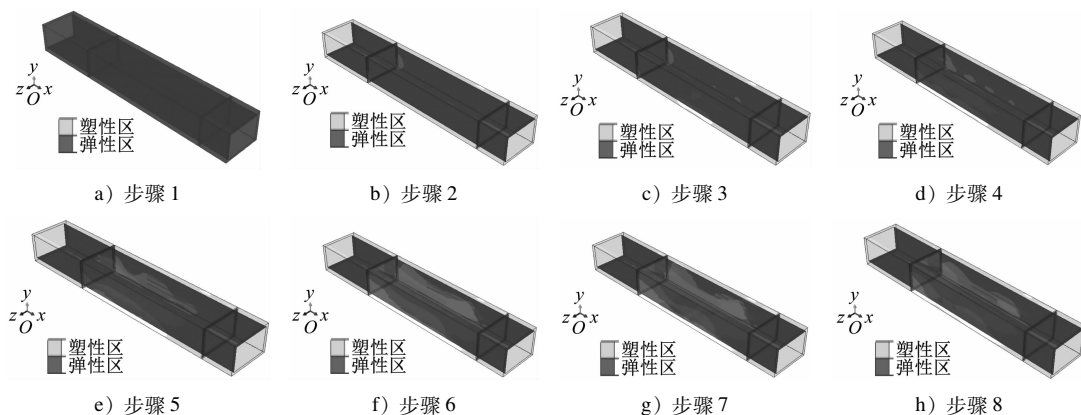


图 13 各施工步骤的既有隧道弹塑性区域分布示意图

Fig. 13 Diagram of existing tunnel elastic-plastic region distribution at each construction step

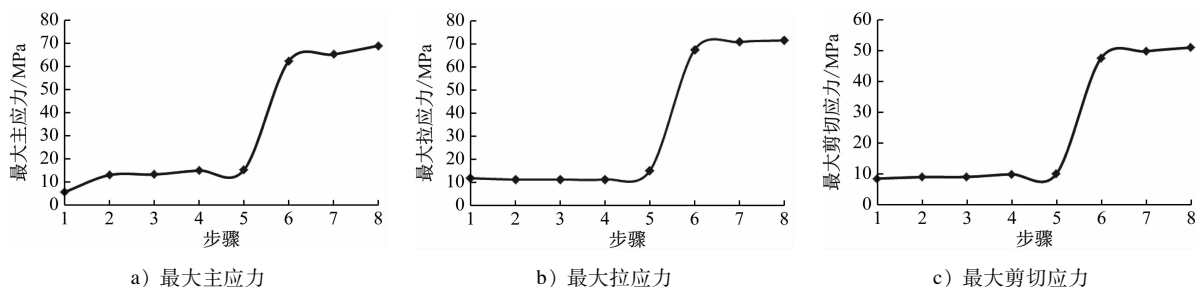


图 14 各施工步骤的实际应力监测曲线图

Fig. 14 Curve diagram of field-monitored stress at each construction step

3) 既有隧道的最大剪切应力。从步骤 1 到步骤 5, 最大剪切应力缓慢增大, 且增幅很小; 从步骤 5 到步骤 6 最大剪切应力值突然增大到 47.62 MPa, 增大比例达 378.1%, 随后, 最大剪切应力增幅放缓, 最终增至 51.03 MPa。

在实际施工期间, 观测既有隧道结构表面发现: 在既有隧道的底板, 特别是区间 b 段靠近变形缝

1 位置附近, 混凝土结构表面确有微小裂纹出现; 适当减缓施工并及时进行支顶后, 该结构表面裂纹区域明显不再扩大, 混凝土各应力监测值也不再进一步增大, 说明施工影响得到了较好的控制。

将各应力的模拟值和实际监测值进行对比, 结果如图 15 所示。

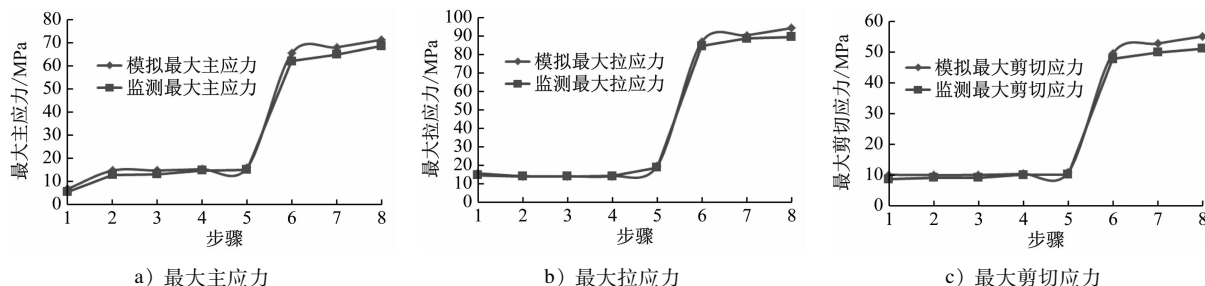


图 15 既有隧道施工应力模拟结果和实际监测结果的对比曲线

Fig. 15 Comparison curves of simulated and field-monitored results of existing tunnel construction stress

从图 15 可以看出: 监测数值与模拟数值结果基本一致; 总体而言, 监测数据均小于模拟计算结果; 两者数据显示, 最大主应力、最大拉应力及最大剪切应力最大值发生位置均一致。这进一步说明了模拟计算的准确性和可实施性, 验证了有限元模型

的可靠性。

5 结论

1) 随施工步骤进行, 既有隧道的结构最大应力 (最大主应力、最大拉应力及最大剪切应力) 逐渐增

大;从步骤 1 到步骤 5,应力均缓慢增大,且增幅很小;从步骤 5 到步骤 6,应力均会突然增大,且增幅很大;随后,应力均缓慢增大。

2) 应力的实际检测值与模拟值变化规律基本一致,验证了有限元模拟计算的准确性和可操作性。

3) 在施工过程中,既有隧道结构应力值超过 C30 混凝土设计值,混凝土在施工期间出现裂纹。特别是在既有隧道结构底板位置区间 b 段靠近变形缝 1 处附近混凝土结构表面有微小裂纹变化。适当减缓施工并及时采取支顶等措施,能有效防止既有隧道混凝土表面裂纹的扩大,进而对既有隧道结构起到保护作用。

参考文献

- [1] 黄博,曾宇,杜怡韩,等. PBA 工法暗挖车站导洞施工应力场分布研究[J]. 安徽建筑大学学报, 2022, 30(4):6.
HUANG Bo, ZENG Yu, DU Yihan, et al. Study on stress field distribution of subsurface excavated station during heading construction by pile-beam-arch method[J]. Journal of Anhui Institute of Architecture & Industry, 2022, 30(4):6.
- [2] 吕童. 小净距交叠隧道施工的力学效应模拟研究[J]. 智能建筑与智慧城市, 2021(6):99.
LYU Tong. Simulation study on mechanical effect of small spacing overlapping tunnel construction[J]. Intelligent Building & Smart City, 2021(6):99.
- [3] 王志强,孙明磊,刘志春,等. 暗挖隧道近距下穿既有区间隧道施工方案对比研究[J]. 国防交通工程与技术, 2021, 19(2):58.
WANG Zhiqiang, SUN Minglei, LIU Zhichun, et al. A comparative study of the construction schemes for undercut tunnels under-

crossing existing sectional tunnels at a short distance[J]. Traffic Engineering and Technology for National Defense, 2021, 19(2):58.

- [4] 孟照威. 京张高铁八达岭车站大跨小间距隧道群开挖方案研究[D]. 北京:北京交通大学,2020.
MENG Zhaowei. Study on excavation scheme of large-span and small-spacing tunnels in Badaling Station of Beijing-Zhangjiakou High-speed Railway [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020.
- [5] 申健昊. 四线隧道长距离密贴下穿既有车站施工扰动沉降控制研究[D]. 北京:北京交通大学,2020.
SHEN Jianhao. Research on settlement control of disturbance in construction of four-line tunnel crossing the existing station with long distance and close adhesion[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020.
- [6] 李本. 区间盾构隧道下穿既有车站变形机理及变形控制研究[D]. 石家庄:石家庄铁道大学,2018.
LI Ben. Study on deformation mechanism and deformation control of interval shield tunnel under existing station[D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Tiedao University, 2018.
- [7] 赵杰. 黄土地区暗挖通道近距离上跨既有地铁隧道变形和力学特征研究[D]. 西安:长安大学,2016.
ZHAO Jie. Study on deformation and mechanical characteristics of underground excavation channel crossing existing subway tunnel at close range in loess area[D]. Xi'an: Chang'an University, 2016.
- [8] 李清菲. 新建地铁线路下穿既有车站的仿真模拟分析[J]. 隧道建设, 2015, 35(12):1275.
LI Qingfei. Numerical simulation for new metro tunnel passing underneath existing metro station[J]. Tunnel Construction, 2015, 35(12):1275.

(收稿日期:2022-10-20)

(上接第 29 页)

- XU Xiaoxia. Study on advancing the urban functional structure of Henan Province to perfect order[J]. Areal Research and Development, 2003, 22(3):31.
- [4] 陈忠暖,阎小培. 中国东南 6 省区城市职能特点与分类[J]. 经济地理, 2001, 21(6):70.
CHEN Zhongnuan, YAN Xiaopei. Discussion on the urban special feature and function classification of the cities in the six provinces in south-east China[J]. Economic Geography, 2001, 21(6):70.
- [5] 林先扬,陈忠暖. 长江三角洲和珠江三角洲城市群职能特征及其分析[J]. 人文地理, 2003, 18(4):79.
LIN Xianyang, CHEN Zhongnuan. An analysis on urban agglomerations function features between Yangtze River Delta and Pearl River Delta[J]. Human Geography, 2003, 18(4):79.
- [6] 陈忠暖,杨士弘. 广东省城市职能分类探讨[J]. 华南师范大学学报(自然科学版), 2001, 33(3):26.
CHEN Zhongnuan, YANG Shihong. Discussion on the urban func-

tion classification of the cities in Guangdong[J]. Journal of South China Normal University, 2001, 33(3):26.

- [7] 徐红宇,陈忠暖,李志勇. 中国城市职能分类研究综述[J]. 云南地理环境研究, 2005, 17(2):33.
XU Hongyu, CHEN Zhongnuan, LI Zhiyong. A retrospect and prospect on research of urban functional classification in China [J]. Yunnan Geographic Environment Research, 2005, 17(2):33.
- [8] 钱宏胜,吴殿廷,李瑞. 中原经济区城市职能分类与职能优化研究[J]. 西北师范大学学报(自然科学版), 2015, 51(2):105.
QIAN Hongsheng, WU Dianting, LI Rui. Classification and optimization on urban functions in Central Plain Economic Region[J]. Journal of Northwest Normal University (Natural Science), 2015, 51(2):105.

(收稿日期:2021-04-02)