

# 基于圆曲线最小通过宽度的无轨电车 轨迹跟随点选择

石俊杰<sup>1</sup> 崔 涛<sup>1</sup> 王铁成<sup>1</sup> 徐 练<sup>1</sup> 季元进<sup>2</sup> 黄有培<sup>2</sup>

(1. 中车唐山机车车辆有限公司, 063035, 唐山;

2. 同济大学铁道与城市轨道交通研究院, 201804, 上海)

**摘 要** [目的] 研究某型三模块虚拟轨道列车轨迹跟随点的选择对车辆道路通过宽度的影响, 为循迹控制跟随点的选择提供理论依据。[方法] 推导稳态圆曲线车辆的轨迹左右侧偏差量和通过宽度计算公式, 讨论满足偏差量相等和最小通过宽度的车辆位姿条件; 建立车辆圆曲线通过模型, 仿真分析车辆在不同跟随点工况下的曲线通过性能。[结果及结论] 多编组虚拟轨道列车的道路通过宽度是衡量车辆通过性的重要指标; 选择车辆铰接点为循迹控制轨迹跟随点, 可使车辆的通过宽度指标最优。

**关键词** 虚拟轨道列车; 轨迹跟随控制; 通过宽度; 跟随点  
**中图分类号** U482.2

DOI:10.16037/j.1007-869x.2024.01.007

## Selection of Visual Rail Train Trajectory Following Points Based on Minimum Passing Width on Circular Curves

SHI Junjie<sup>1</sup>, CUI Tao<sup>1</sup>, WANG Tiecheng<sup>1</sup>, XU Lian<sup>1</sup>, JI Yuanjin<sup>2</sup>, HUANG Youpei<sup>2</sup>

(1. CRRC Tangshan Locomotive & Rolling Stock Co. Ltd., 063035, Tangshan, China; 2. Institute of Rail Transit, Tongji University, 201804, Shanghai, China)

**Abstract** [Objective] The impact of selecting trajectory following points for a type of three-module visual rail train on vehicle road passing width is studied, providing theoretical basis for the choice of trajectory control points. [Method] The calculation formulas for the lateral deviation between left and right sides and the passing width of vehicle on steady-state circular curve are derived, the vehicle posture conditions that meet the equal deviation and minimum passing width are discussed. Then a vehicle circular curve passing model is established and the curve passing performance of the vehicle under different following point conditions is simulated and analyzed.

[Result & Conclusion] The road passing width is an important indicator for measuring vehicle passing ability of multi-formation ART tram. Selecting the vehicle articulation point as trajectory following point in path-following control can opti-

mize the passing width indicator for vehicle.

**Key words** visual rail train; trajectory following control; passing width; following points

虚拟轨道列车是一种新型城市轨道交通系统, 具有公共路权、灵活编组、智能循迹等特点。与传统道路公交相比, 多模块虚拟轨道列车大幅度增加了客运量并降低了能源消耗。与有轨电车相比, 虚拟轨道列车无需轨道, 可充分利用现有道路基础设施, 因此可降低建设成本<sup>[1]</sup>。

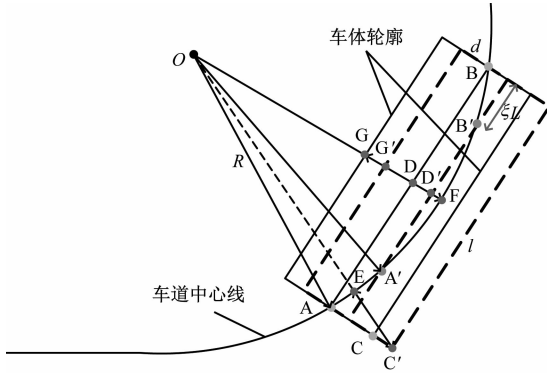
目前, 对于虚拟轨道列车的轨迹跟随控制研究, 均为通过控制车辆后轴跟随点对前车跟随点的轨迹跟随, 以实现减小车辆曲线通过时的通过宽度<sup>[2-5]</sup>, 并没有考虑车辆跟随点选择方式, 一般都默认车辆车轴所在点或者车辆铰接点所在位置为跟随点。文献[6]讨论选择不同跟随点时车辆的轨迹偏差表达式, 对比分析头车前轴、头车后轴、前轴与后轴之间、铰接点 4 种不同跟踪点方案。研究表明: 当跟随点在前轴中心到后轴中心之间时, 列车轨迹偏差相同; 当跟随点为铰接点时, 由于铰接点在头车后轴中心点之后, 因此列车轨迹偏差变大。本文基于某型三模块六轴虚拟轨道列车, 分析车辆曲线通过的最小通过宽度对轨迹跟随点选择的影响, 为跟随点位置选择提供了依据。

## 1 车辆通过宽度

传统列车转弯通过宽度是指牵引车最外端一点到转向中心的距离与最后一节挂车最内侧外沿到转向中心最短距离之差, 因此主要取决于牵引车和挂车的结构形式与几何尺寸。转弯通过宽度是列车机动性的重要指标之一, 而对于三节编组六轴无轨电车的全轴转向形式, 可按照单车情况考虑。

## 1.1 圆曲线

以列车中车体最长的车辆为例进行分析。如图 1 所示,根据几何分析容易证明,当车辆相对于线路坐标系的摇头角为  $0^\circ$  时,车体的内、外偏距最小,车辆的通过宽度最小。按照几何关系可以得到目标轨迹左右侧偏差量和车辆通过宽度的解析表达式。考虑到实际运营情况,根据车体左右偏差量来合理布置线路中心标志(如车道线、磁钉),可以使车辆通过宽度得以有效利用。分情况进行讨论。



注:  $w$ —车体宽度;  $L$ —车体长度;  $\xi$ —循迹控制点到车体端部占车辆长度的比值;  $R$ —曲线半径。

图 1 车辆通过圆曲线位姿

Fig. 1 Vehicle posture conditions when passing circular curve

1) 当期待线路标志布置在线路中心,且希望车辆轨迹的左右侧偏差量保持一致时。依据图 1 几何关系可知,轨迹左右侧偏差量为  $d_{LR} = l_{C'E} - l_{G'F}$  ( $l_{C'E}$  为车辆最外端一点到线路中心线距离,  $l_{G'F}$  为车辆最内沿到线路中心线距离),即:

$$d_{LR} = 2wR - 4R \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4} - L^2\xi(\xi - 1) - \frac{L^2}{4} + 4R^2 - 2w \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4} - L^2\xi(\xi - 1)}} \quad (1)$$

为保证轨迹左右侧偏差量相等,令  $d_{LR} = 0$ ,得到:

$$\xi = \frac{w + 2R \pm \sqrt{-\frac{L^2}{16} + 2R^2 + wR}}{2(w + 2R)} \quad (2)$$

参考无轨电车车辆参数:  $w$  为 2.5 m,  $L$  为 6.66 m,  $R$  选择范围为 15 ~ 55 m; 车体长度变化范围为 5.5 ~ 7.5 m, 车体宽度变化范围为 2.0 ~ 3.0 m。计算不同圆曲线半径下  $L$ 、 $w$  与  $\xi$  的关系,结果如图 2 所示。左右侧偏差量相等条件下,  $L$ 、 $w$  的变化对  $\xi$  的影响较小;随着曲线半径的增大  $\xi$  逐渐减小,但  $\xi$  都在 0.16 左右。

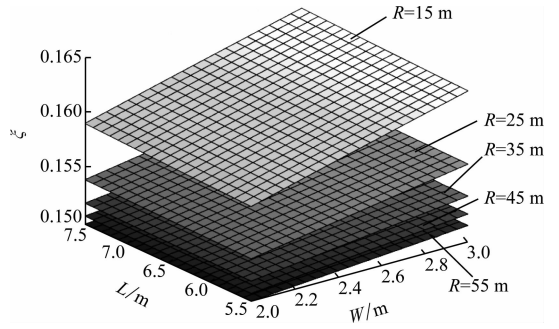


图 2 不同圆曲线半径下车辆  $L$ 、 $w$  与  $\xi$  的关系

Fig. 2 Relationship between vehicle  $L$ 、 $w$  and  $\xi$  under different circular curve radius

2) 当需要尽可能减小车辆通过所占面积时,依据图 1 几何关系可知,通道宽度  $W_{td}$  的表达式为:

$$W_{td} = \frac{w}{2} - \sigma_1 + \left[ \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}} \left( w + 2\sigma_1 - 2 \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}} \right) + R^2 + \left( \frac{w}{2} + \sigma_1 - \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式中:

$$\sigma_1 \text{——常数系数, } \sigma_1 = \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4} - L^2\xi(\xi - 1)}.$$

为保证车辆通过宽度最小,令  $\partial W_{td} / \partial \xi = 0$ , 得到  $\xi = 0.5$ 。

参考无轨电车车辆参数,不同  $\xi$  与  $W_{td}$  的关系如图 3 所示。由图 3 可见,按照轨迹左右偏差量最小得到的  $W_{td}$  并非最小。

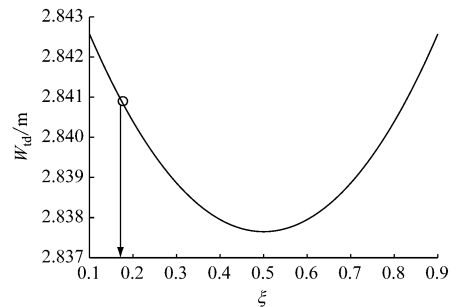


图 3 不同  $\xi$  与  $W_{td}$  的关系 ( $R = 15$  m)

Fig. 3 Relationship between different  $\xi$  and  $W_{td}$  ( $R = 15$  m)

## 1.2 过渡曲线

对于车辆通过过渡曲线情况,给定一个单参数曲线簇:

$$F(x, y, s) = 0 \quad (4)$$

式中:

$x, y$ ——横、纵坐标值;

$s$ ——轨道参数;

$F$ ——连续可微函数。

曲线簇的包络线是跟该曲线族的每条线都有至少一点相切的一条曲线。

依据包络线的定义,车体的包络线包含在以下两个方程中:

$$\begin{cases} F_i(x, y, s) = 0 \\ F'_{i,s}(x, y, s) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中:

$i$ ——车体所在位置;

$F'_{i,s}(x, y, s)$ ——关于  $s$  的导数,消去参数  $s$  得到包含包络线的曲线。

车辆轮廓扫过的边界是车辆端点轨迹、车辆包络线和车体外形这三部分的组合,如图 4 所示。外侧粗线分别为车体尾部顶点形成的轮廓、车体前端顶点形成的轮廓及车体左侧墙和右侧墙形成的包络线,虚线为车体的外形。车辆通过过渡曲线扫过的边界可表示为:

$$F_{\text{boundary}}(s_i) = \max(F_{\text{vertex}}, F_{\text{envelope}}(s_i), F_{\text{carbody}}(s_i)) \quad (6)$$

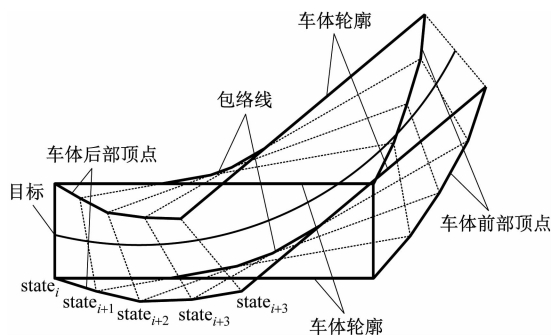
式中:

$F_{\text{boundary}}$ ——车辆动态边界;

$F_{\text{vertex}}$ ——车辆顶点形成的轮廓;

$F_{\text{carbody}}$ ——车辆前开始和终点车体外形;

$F_{\text{envelope}}$ ——车辆的包络线。



注:state 为车辆运行状态。

图 4 车辆通过过渡曲线的动态边界

Fig. 4 Dynamic boundary of vehicle passing transition curve

车辆通过宽度是车辆轮廓移动过程中扫过范围边缘和轨道前进方向之间的法向距离,此时将公式(6)所得到的轮廓边界按照轨道方向展开,求解车辆通过宽度,如图 5 所示。车辆通过宽度  $W_{\text{tg}}$  表达式为:

$$W_{\text{tg}} = d_i + d'_i \quad (7)$$

式中:

$d_i$ ——轨迹右侧偏移量;

$d'_i$ ——轨迹左侧偏移量。

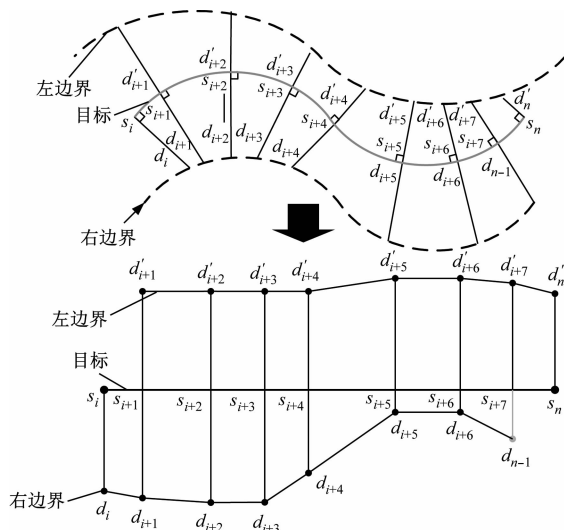
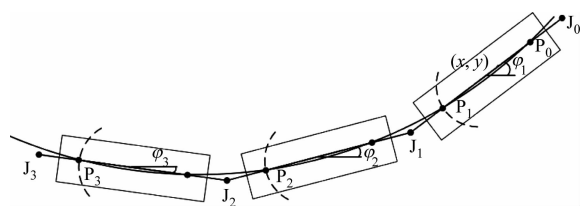


图 5 车辆通过过渡曲线的通道宽度

Fig. 5 Passage width of vehicle passing transition curve

## 2 列车几何通过模型

三模块无轨电车的结构示意图如图 6 所示,其中,  $J_1, J_2$  为车体间铰接点,  $J_0, J_3$  表示头车和尾车的虚拟循迹点(与铰接点  $J_1, J_2$  以头车和尾车的车体中心相对称),  $P_0-P_3$  为确保车体左右侧的偏差量相等条件下的比例系数对应(此处控制点到车体端部长度占车辆长度的比值取为 0.16)的跟随点。



注:  $\varphi_j$ ——车体  $j$  的航向角,  $j=1, 2, 3$ 。

图 6 无轨电车结构示意图

Fig. 6 Diagram of visual rail train structure

目标轨迹方程为:

$$\lambda_{\text{target}}(l) = \begin{cases} x(l) \\ y(l) \end{cases} \quad (8)$$

式中:

$l$ ——车辆在目标轨迹路径上运行距离;

$\lambda_{\text{target}}(l)$ ——目标轨迹。

车辆的运行状态为:

$$\mathbf{q}_k = [x_{ik} \ y_{ik} \ \varphi_{1k} \ \varphi_{2k} \ \varphi_{3k}]^T \quad (9)$$

式中：

- $q_k$ —— $k$ 时刻车辆运行状态；
- $(x_{ik}, y_{ik})$ —— $k$ 时刻对应车体在  $i$  位置的横坐标及纵坐标值；
- $\varphi_{1k}, \varphi_{2k}, \varphi_{3k}$ —— $k$ 时刻第 1、第 2 和第 3 节车的航向角，逆时针为正。

依据几何关系求解列车位置过程步骤为：

- 1) 按照车辆运行速度,得到第一跟随点对应的坐标( $x_{p_0}(s_k), y_{p_0}(s_k)$ )；
- 2) 以第二控制点  $P_1$  与第一控制点的距离为半径,以第一控制点为圆点与目标轨迹的交点确定第二控制点坐标( $x_{p_1}(s_k), y_{p_1}(s_k)$ )；
- 3) 依据第一控制点与第二控制点的坐标得到车辆的偏航角  $\varphi_{1k} = \arctan((y_{p_{0k}} - y_{p_{1k}})/(x_{p_{0k}} - x_{p_{1k}}))$ ,进而求得铰接点坐标( $x_{j_1}, y_{j_1}$ )；
- 4) 重复步骤 2)、步骤 3),得到车体  $\varphi_{2k}$  和  $\varphi_{3k}$ ,以及  $P_2, J_2, P_3, J_3$  点的坐标。

3 仿真分析

依据表 1 无轨电车车辆几何参数,参考列车几

何模型,设置 4 种典型循迹控制跟随点工况：

- 工况 1:跟随点选为  $\xi=0.16$ ；
- 工况 2:跟随点选为第 1 节车的车体端点 + 铰接点；
- 工况 3:跟随点选为车体端点；
- 工况 4:跟随点选为铰接点 + 头车虚拟铰接点(图 6 中  $J_0$  点)。

表 1 无轨电车车辆几何参数

Tab.1 Vehicle geometric parameters of visual rail train				
车体宽度/ m	车体长度/ m	车轴距离/ m	铰接 1 长度(铰接中心到车体端部长度)/m	铰接 2 长度(铰接中心到车体端部长度)/m
2.5	6.66	4.7	0.82	0.88

参照列车几何模型,4 种工况下列车由直线进入  $R=20\text{ m}$  圆曲线的通过宽度  $W_{tg}$  的仿真结果如图 7 所示。表 2 给出  $R$  分别为 20 m、40 m、60 m 下通过宽度的稳态值和最大值计算结果。依据图 7 及表 2 可知,当跟随点对称且位于车辆的铰接点处(如工况 4),车辆的最大通过宽度最小。当按照工况 1 和工况 3 设置跟随点时,车辆稳态通过宽度最小。

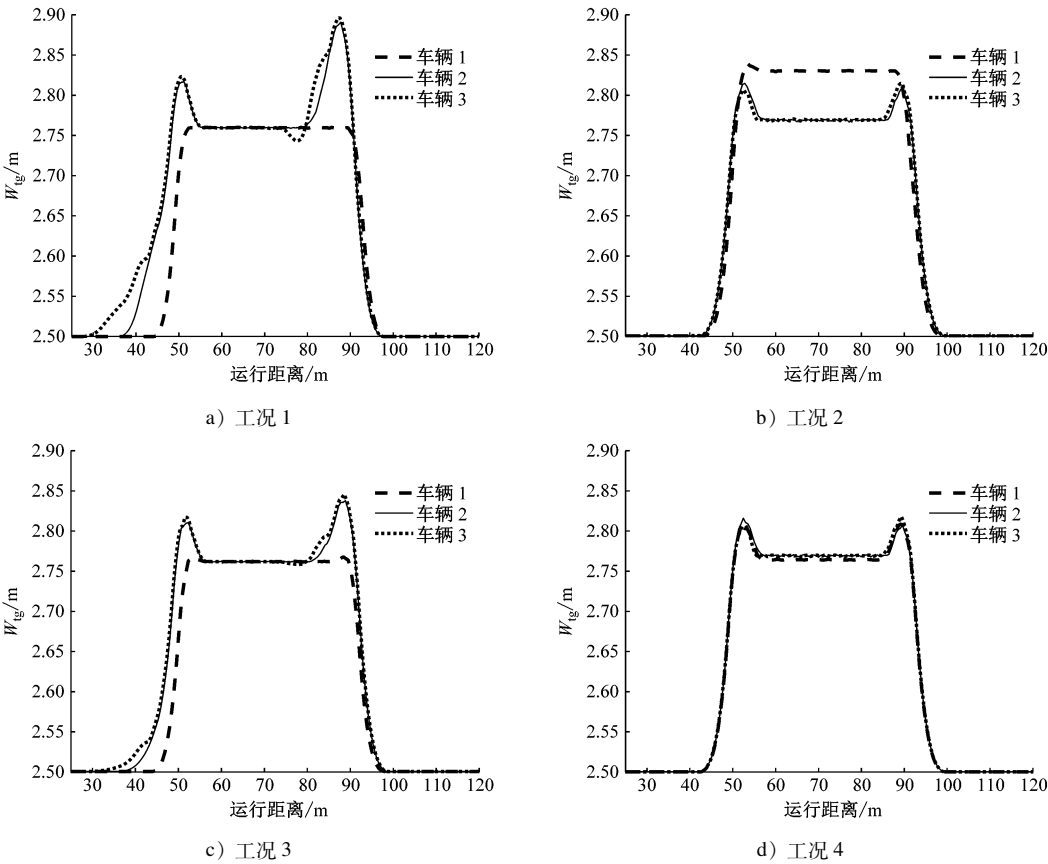


图 7 车辆通过圆曲线通过宽度计算结果( $R=20\text{ m}$ )

Fig. 7 Calculation results of vehicle passing circular curve width ( $R=20\text{ m}$ )



表 2 车辆通过不同曲线半径圆曲线通过宽度计算结果  
Tab.2 Calculation results of vehicle passing circular curve  
width of different curve radii

工况	稳态通过宽度/m			最大通过宽度/m		
	R = 20 m	R = 40 m	R = 60 m	R = 20 m	R = 40 m	R = 60 m
1	2.758	2.634	2.703	2.897	2.593	2.635
2	2.827	2.668	2.671	2.836	2.613	2.614
3	2.758	2.634	2.674	2.842	2.590	2.616
4	2.766	2.637	2.658	2.810	2.592	2.606

4 结语

本文推导了稳态圆曲线车辆的轨迹左右侧的偏差量和通过宽度计算公式,仿真计算结果表明:随着曲线半径的增大,最优循迹跟随点到车体端部位置占车辆长度的比值逐渐减小,但比值都在 0.16 左右;车辆需满足一定位姿条件,即车辆中心线与轨迹半径垂直相交于中心线中点,方能使车辆的通过宽度最小。本文也分析了车辆在不同轨迹跟随点组合工况下的车辆通过宽度指标,当车辆的跟随点对称且位于车辆的铰接点处,车辆的通过宽度综合指标最优。因此,轨迹跟随点应尽可能选择在车辆的铰接点,使得车辆能以最优的通过宽度通过曲线。

参考文献

[1] 张卓杰,刘家栋,李亘,等. 现代智能无轨电车与传统 BRT 的综合对比分析[J]. 科技创新导报, 2019, 16(23):100.  
ZHANG Zuojie, LIU Jiadong, LI Gen, et al. Comprehensive comparison and analysis of modern trolleybus and conventional BRT

[J]. Science and Technology Innovation Herald, 2019, 16(23): 100.  
[2] 孙帮成, 刘志明, 崔涛, 等. 汽车列车多轴转向控制方法及仿真研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(4):154.  
SUN Bangcheng, LIU Zhiming, CUI Tao, et al. Research on multi-axis steering control method and simulation of train-like vehicle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(4):154.  
[3] 彭京, 冯江华, 肖磊, 等. 智轨电车自主导向与轨迹跟随技术研究[J]. 控制与信息技术, 2020(1): 27.  
PENG Jing, FENG Jianghua, XIAO Lei, et al. Research on autonomous guidance and trajectory following technology of smart trams[J]. Control and Information Technology, 2020(1): 27.  
[4] 刘宏达, 杜求茂, 罗显光, 等. 储能式多编组虚拟轨道电车全轮转向控制[J]. 电力机车与城轨车辆, 2021, 44(1): 33.  
LIU Hongda, DU Qiumao, LUO Xianguang, et al. All-wheel steering control of energy storage multi-group virtual rail tram[J]. Electric Locomotives & Mass Transit Vehicles, 2021, 44(1): 33.  
[5] 李化明, 高珊, 王东星, 等. 现代无轨电车循迹控制方法及仿真研究[J]. 智慧轨道交通, 2022(4): 76.  
LI Huaming, GAO Shan, WANG Dongxing, et al. Research on path tracking control method and simulation of trolleybus [J]. Smart Rail Transit, 2022(4): 76.  
[6] 王超冉. 三模块四轴虚拟轨道列车循迹控制算法研究[D]. 上海: 同济大学, 2020.  
WANG Chaoran. Research on tracking control algorithm of three-module four-axis virtual track train[D]. Shanghai: Tongji University, 2020.

· 收稿日期:2023-04-26 修回日期:2023-08-30 出版日期:2024-01-10  
Received:2023-04-26 Revised:2023-08-30 Published:2024-01-10  
· 通信作者:石俊杰,工程师,shijunjie@tangche.com  
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议  
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

交通运输部印发最新技术规范《城市轨道交通通信系统运营技术规范（试行）》

为进一步提高城市轨道交通通信系统可靠性、可用性、可维护性和安全性,规范行业发展,近日,交通运输部制定印发了《城市轨道交通通信系统运营技术规范(试行)》(交办运〔2023〕67号,以下简称《技术规范》)。通信系统是为城市轨道交通运输生产和运营管理提供传输语音、数据、图像等信息业务的关键系统,对于保障城市轨道交通运营安全至关重要。《国务院办公厅关于保障城市轨道交通运营安全的意见》(国办发〔2018〕13号)中提出,要“制定城市轨道交通关键设施设备运营准入技术条件,加快推动车辆、信号、通信、自动售检票等关键设施设备产品定型”。当前,城市轨道交通通信系统在部分系统功能、与其他系统接口、关键设备人机界面等方面存在的运营需求体现不足、规范性不够等问题,增加了从业人员操作难度、安全风险和养护成本,也不利于网络化资源统一调度和突发事件高效联动处置,影响了运营安全和服务保障。

为进一步提升城市轨道交通通信系统安全水平、服务质量和运营效率,夯实行业运营安全管理基础,交通运输部组织多地城市轨道交通运营单位、相关设备供应商和科研院所技术专家进行充分论证,经过广泛征求意见和多次修改完善,研究制定了《技术规范》,从运营需求的角度提出了城市轨道交通通信系统应满足的功能、性能等技术要求。

(来源:交通运输部官网)