

# 基于柔性车体的地铁车辆垂向耦合振动规律研究

韦海菊 王日艺

(中车南京浦镇车辆有限公司, 210031, 南京)

**摘要** [目的] 由于列车运行速度的提高和轻量化设计, 使轮轨之间的动态作用力增大, 从而使车辆中各部件之间振动加剧, 严重影响着动力学性能, 故需研究转向架与柔性车体之间的垂向耦合振动的规律。[方法] 以某型号地铁车辆为研究对象, 建立其包含柔性车体的刚柔耦合模型, 通过相关测点的平稳性指数来研究车体结构模态与转向架悬挂模态之间垂向振动耦合关系。[结果及结论] 结果表明, 仅考虑车体一阶垂弯模态, 当转向架的浮沉、点头频率与车体垂向一阶弯曲频率相近时, 会引发柔性车体与转向架耦合共振现象, 其中中部测点所受影响最大。仅考虑车体菱形变形模态和一阶扭转模态时, 不会出现转向架与柔性车体耦合共振现象, 但二者会受到轨道激扰共振效应现象的影响。考虑车体组合结构模态时, 车体中部测点受一阶垂弯振型的影响最大, 会发生柔性车体与转向架耦合共振现象; 而转向架上方的车体测点则容易受到车体一阶扭转模态的影响, 在部分速度级别下会发生模态共振效应。

**关键词** 地铁车辆; 刚柔耦合; 垂向耦合振动; 运行平稳性; 一阶垂弯

**中图分类号** U260.331

**DOI:**10.16037/j.1007-869x.2024.05.008

## Study on Vertical Coupling Vibration Law of Metro Vehicle Based on Flexible Carbody

WEI Haiju, WANG Riye

(CRRC Nanjing Puzhen Co., Ltd., 210031, Nanjing, China)

**Abstract** [Objective] With the increase in train operating speed and the adoption of lightweight design, the dynamic forces between the wheel-rail interface are intensified, leading to exacerbated vibrations among various components of the vehicle. This significantly affects the vehicle dynamics performance, necessitating research on vertical coupling vibration law between bogie and flexible carbody. [Method] Taking a certain model of metro train as the research subject, a rigid-flexible coupling model including a flexible carbody is established. The vertical vibration coupling relationship between the carbody structure mode and the bogie suspension mode is studied using the steadiness index of relevant measuring points. [Result & Conclusion] The results indicate that, when the bogie floating and nodding frequencies are close to the first-order bending fre-

quency of the carbody, considering only the first-order vertical bending mode of carbody can induce a coupling resonance phenomenon between the flexible body and the bogie, with the central measuring point being the most affected. When considering only the rhomboid deformation mode and first-order torsional mode of the carbody, coupling resonance between bogie and flexible carbody will not occur, but both are influenced by track excitation resonance effect. When considering the carbody combined structure mode, the central measuring point of the carbody is most affected by the first-order vertical bending mode, leading to a coupled resonance phenomenon between the flexible carbody and the bogie. On the other hand, the carbody measuring points above the bogie are prone to be affected by first-order torsional mode, resulting in modal resonance effects at some speed levels.

**Key words** metro vehicle; rigid-flexible coupling; vertical coupling vibration; operation stability; first-order vertical bending

对于车辆系统而言, 运行速度的提高和轻量化设计, 使轮轨之间的动态作用力增大, 从而使车辆中各部件之间振动加剧, 严重影响着动力学性能。

车体是承载乘客的直接结构, 其振动会直接影响到乘客的乘坐舒适性, 因此车辆的减振设计一直是研究的重点。国内外众多学者针对车体垂向耦合振动方面进行了大量研究, 曾京、周劲松等提出了共振速度的概念和计算方法, 并完成对几何滤波现象的分析<sup>[1-2]</sup>。Shi 和郭林生研究了不同悬挂参数、设备安装位置和质量下车体振动的响应<sup>[3-4]</sup>。You 等基于模态叠加法建立了包含多个动力吸振器的车辆系统模型, 针对高频振动则提出了设备安装位置、质量的优化方法<sup>[5]</sup>。黄彩虹等分析了车体弹性模态与转向架悬挂模态之间的耦合振动分析<sup>[6]</sup>。

本文将运用考虑车体弹性振动的刚柔耦合系统动力学模型, 研究车体弹性模态对车辆运行平稳性的影响, 分析转向架与柔性车体之间垂向耦合振动, 以探究车体弹性共振的原因。

## 1 车辆刚柔耦合动力学建模

为了研究车体与转向架之间的垂向振动机理,本文将考虑车体的弹性效应,以及此效应下同其余刚体之间的耦合作用。根据缩聚理论,将车体模型自由度分为主自由度和副自由度;其中,副自由度质量忽略不计,将其进行缩减<sup>[7]</sup>。系统动力学方程为:

$$\begin{bmatrix} M_{aa} & 0 \\ 0 & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{x}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:

$M$ 、 $K$ 、 $x$ 、 $\ddot{x}$  和  $f_a$ ——系统的质量矩阵、刚度矩阵、加速度及位移列向量和外作用力列向量;

$a$ 、 $b$ ——主自由度和副自由度。

将式(1)进行展开,可得 2 个方程:

$$M_{aa}\ddot{x}_a + K_{aa}x_a + K_{ab}x_b = f_a \quad (2)$$

$$M_{bb}\ddot{x}_b + K_{ba}x_a + K_{bb}x_b = 0 \quad (3)$$

对于式(3)来说,不计副自由度质量的影响时:

$$K_{ba}x_a + K_{bb}x_b = 0 \quad (4)$$

综上,式(4)可以被认为是一种静态约束,且由于系统低阶模态惯性力较小的特性,缩聚计算时对低阶模态分析产生的误差较小。缩聚之后的动力学方程为:

$$\begin{aligned} M_R\ddot{x}_a + K_Rx_a &= f_R \quad (5) \\ M_R &= M_{aa} + K_{ab}K_{bb}^{-1}M_{bb}K_{bb}^{-1}K_{ba} \\ K_R &= K_{aa} - K_{ab}K_{bb}^{-1}K_{ba} \end{aligned}$$

式中:

$M_R$ 、 $K_R$ 、 $f_R$ ——系统缩聚后的质量矩阵、刚度矩阵及外作用力列向量。

通过上述理论,可借用于有限元软件完成车体的缩减自由度子结构模型。

在垂向耦合振动分析研究中,转向架悬挂模态和车体悬挂、结构模态之间的耦合关系规律的研究是不可忽视的,现将车体、转向架垂向的悬挂模态振型及频率、阻尼比进行整理,结果如表 1 所示。

对于柔性车体而言,考虑到车体弹性对振动能量的贡献,仅对车体前五阶模态进行模态振型及频率分析,结果如表 2 所示。

由表 2 中可看出,缩减模态与全自由度模态结果误差在 5% 以内。因此能保证刚柔耦合动力学模型的分析精度。车体刚柔耦合动力学模型如图 1 所示。

表 1 多刚体模型垂向悬挂模态振型及模态参数

Tab.1 Vertical suspension modes and modal parameters of multi rigid body model

悬挂模态振型	频率/Hz	阻尼比
车体浮沉	0.933	0.215
车体点头	0.993	0.229
转向架浮沉	5.900	0.187
转向架点头	6.311	0.029

表 2 柔性车体弹性振动模态振型及频率

Tab.2 Elastic vibration mode and frequency of flexible carbody

结构模态振型	缩减前频率/Hz	缩减后频率/Hz	缩聚前后偏差/%
一阶垂弯	9.755	9.761	0.062
菱形变形	10.300	10.306	0.058
后端墙模态	10.930	10.927	0.027
一阶扭转	11.450	11.461	0.096
二阶垂弯	14.380	14.394	0.097



图 1 车体刚柔耦合动力学模型

Fig.1 Carbody rigid-flexible coupling dynamics model

## 2 轨道激励下车体模态的共振效应

大量研究表明,车辆系统的垂向振动存在共振效应,即当某一波长的激励恰好引起车辆系统某一振型的振动并与其自振频率相等时,便会引起该振型的共振,而此时的车速可定义为共振速度。

对于车体浮沉模态和点头模态而言,出现共振的条件是有区别的,相关公式可参见文献[2]。此外,车辆的浮沉振动会一定程度上引发车体的一阶垂弯振动和菱形变形模态,车辆的点头模态则会引发车体的一阶扭转模态;对于菱形变形和一阶扭转模态而言,左右轨道激励的相位相差半个波长时更容易被激发。

对上述车体的各个模态振型下前八阶的共振速度及对应的轨道波长进行整理,其结果如表 3 和表 4 所示。

## 3 转向架与柔性车体单一结构模态垂向耦合振动分析

### 3.1 转向架模态频率变化

对车辆系统而言,车体结构模态频率有可能与

表3 车体关键模态振型的共振速度及对应轨道波长

Tab.3 Resonance velocities of carbody critical vibration modes and corresponding track wavelengths

阶数	轨道波长/ m	车体模态共振速度/(km/h)		
		浮沉模态	一阶垂弯	菱形变形
1	15.700	52.564	551.692	582.495
2	7.850	26.282	275.846	291.248
3	5.233	17.521	183.897	194.165
4	3.925	13.141	137.923	145.624
5	3.140	10.513	110.338	116.499
6	2.617	8.761	91.949	97.083
7	2.243	7.509	78.813	83.214
8	1.963	6.571	68.962	72.812

表4 车体关键模态振型的共振速度及对应轨道波长

Tab.4 Resonance velocity of carbody critical vibration modes and corresponding track wavelengths

阶数	轨道波长/ m	点头模态共振速度/(km/h)		一阶扭转共振速度/ (km/h)
		点头模态共振速度/ (km/h)	一阶扭转共振速度/ (km/h)	
1	31.400	111.910	1295.551	
2	10.467	37.303	431.851	
3	6.280	22.382	259.110	
4	4.486	15.987	185.079	
5	3.489	12.434	143.950	
6	2.855	10.174	117.777	
7	2.415	8.608	99.658	
8	2.093	7.461	86.370	

转向架的模态频率接近而引发共振,因此需要分析转向架浮沉及点头频率随一系悬挂垂向刚度变化的情况<sup>[6]</sup>。

本文采用车辆原始计算参数,研究一系垂向刚度与转向架浮沉、点头频率的关系,刚度变化范围为0.1~6.0 MN/m,由此得到如图2所示的转向架相关模态频率随一系悬挂垂向刚度变化的曲线。由图2可知:转向架浮沉、点头频率会随一系垂向刚度的增大而呈现非线性增大的特性,且二者频率值的变化范围为0.5~15.0 Hz。此频率范围均包括了车体众多低阶模态振型,且这些振型对车体弹性振动的贡献量较大,故本文选取车体一阶垂弯、菱形变形和一阶扭转振型为主要研究对象,为下面研究转向架与柔性车体之间的垂向耦合振动做铺垫。

### 3.2 一阶垂弯振型下转向架与车体垂向耦合分析

柔性车体仅考虑一阶垂弯模态时车速与一系

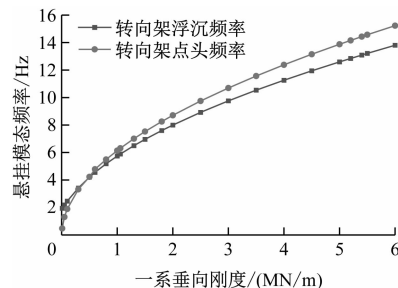
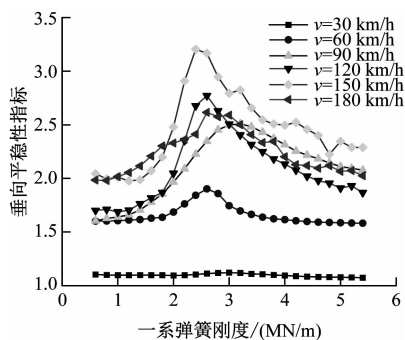
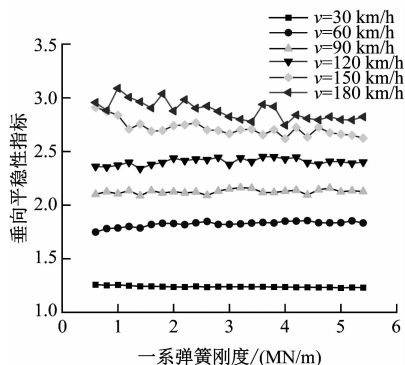


图2 转向架浮沉、点头频率随一系悬挂垂向刚度变化曲线  
Fig.2 Curve of bogie floating and nodding frequency changing with primary suspension vertical stiffness

弹簧刚度对车体垂向平稳性的影响如图3所示。在相同工况下对多刚体模型进行仿真对比,其结果如图4所示。



a) 一阶垂弯振型下柔性车体中部垂向平稳性



b) 一阶垂弯振型下柔性车体转向架上方垂向平稳性

图3 柔性车体相关测点平稳性变化情况

Fig.3 Changes in steadiness of measuring points related to flexible carbody

由图4可知:对于多刚体模型,车辆运行速度越大,车体相关测点的垂向平稳性指标越大,但随一系弹簧垂向刚度变化不明显。与之不同,由图2和图3可知:当一系垂向刚度达到2.6 MN/m时,转向架的浮沉、点头频率依次达到了9.15 Hz、9.96 Hz,此时转向架的浮沉、点头频率与车体一阶垂弯频率相近从而使得车体中部测点平稳性达到最大,

而一阶垂弯模态共振并不会对转向架上方车体测

点产生影响。

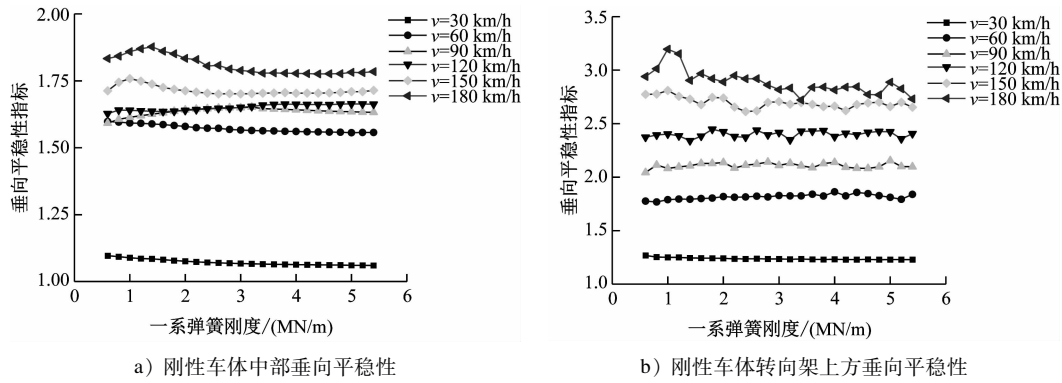


图4 同种工况下刚性车体相同测点平稳性变化情况

Fig. 4 Steadiness change situation of same rigid carbody measuring points under same working condition

### 3.3 菱形变形和一阶扭转振型下转向架与车体垂向耦合分析

柔性车体分别仅考虑菱形变形和一阶扭转模态下车速与一系悬挂垂向刚度对车体垂向平稳性的影响如图5所示。

由图5可看出:当菱形变形下车辆运行速度达到120 km/h、一阶扭转下车辆速度达到90、120和150 km/h时,车体相关测点垂向平稳性指标在部分

一系垂向刚度区间内出现局部峰值。结合表3可知:这几种速度等级分别与菱形变形模态和一阶扭转模态共振速度等级相近,因此可知垂向平稳性指数升高是由于车辆模态共振效应的影响。

但是由于阶数较大,共振频率处轨道谱的线路不平顺激励能量较低,所以垂向平稳性上升幅度较小。

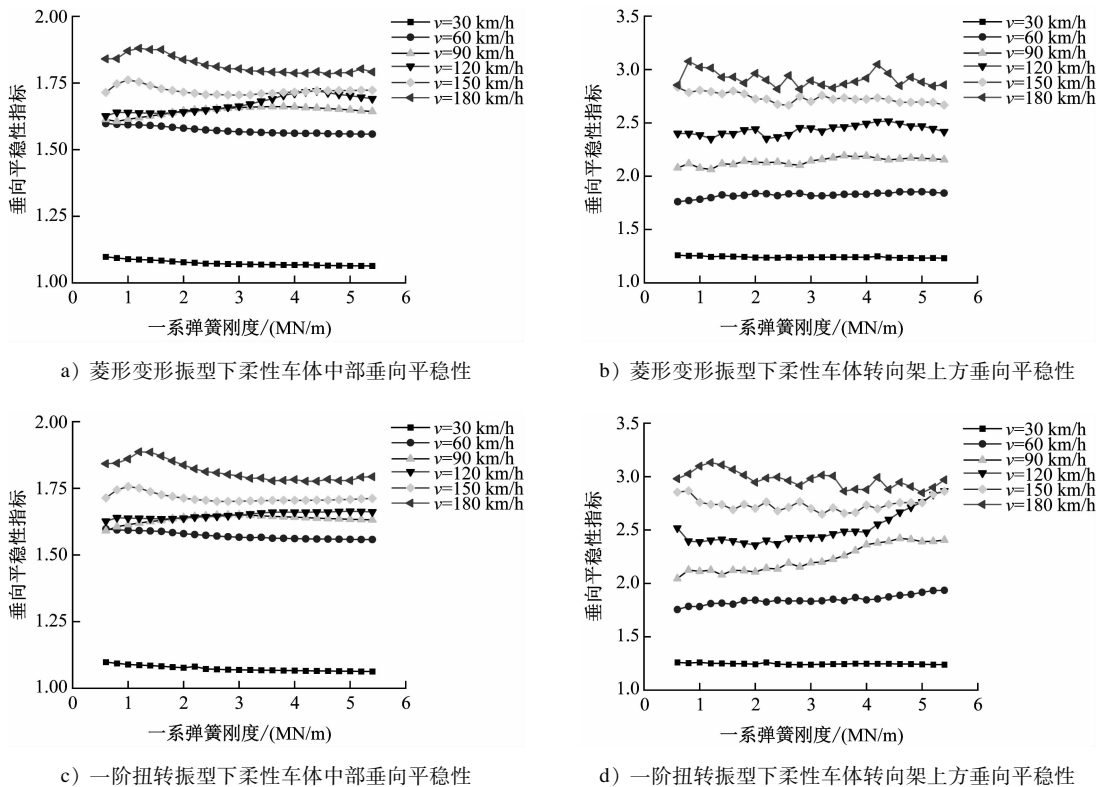


图5 不同模态下柔性车体相关测点平稳性变化情况

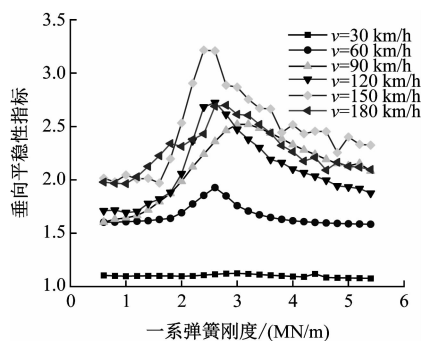
Fig. 5 Changes in steadiness of measuring points related to flexible carbody under different model conditions



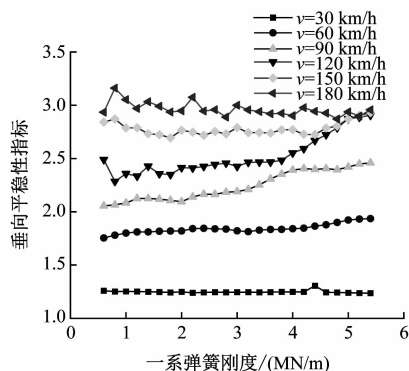
#### 4 转向架与柔性车体组合结构模态垂向耦合振动分析

上文主要从车体单一低阶结构模态振型角度出发,研究了柔性车体与转向架之间的垂向耦合振动,可得在不同的模态振型下,车体测点表现出的平稳性特性区别也较大。现柔性车体考虑一阶垂弯、菱形变形和一阶扭转等多个模态,进一步研究车体组合模态下转向架与车体垂向耦合分析,结果如图6所示。

在图6 a)中,车体中部测点表现出来的垂向平稳性特性与图3 a)较为一致,尤其是当一系弹簧垂向刚度达到2.6 MN/m附近时,中部测点的垂向平稳性急剧增大;在图6 b)中,转向架上方测点的平稳性特性与图5 d)较为相似,同样是在运行速度达到90、120和150 km/h时,垂向平稳性指标有一个较大幅度的提升。由此可知,在多种模态组合下,中部测点受一阶垂弯振型的影响最大,并且同样会使车辆受到车体一阶扭转模态共振效应的影响,在对应的共振速度下出现转向架上方车体测点垂向平稳性上升的现象。



a) 柔性车体中部垂向平稳性



b) 柔性车体转向架上方垂向平稳性

图6 组合模态振型下柔性车体相关测点平稳性变化情况  
Fig.6 Changes in steadiness of measuring points related to flexible carbody under combined vibration modes

#### 5 结论

1) 在单一结构模态振型下,转向架浮沉、点头模态并不会同柔性车体的菱形变形、一阶扭转模态发生耦合共振现象,而只会同一阶垂弯模态相耦合,当二者频率相近时,会使得车体中部测点垂向平稳性急剧增大。

2) 车辆在运行过程中会受到菱形变形、一阶扭转模态共振速度的影响,从而导致转向架上方测点平稳性出现了小幅度上升的情况。

3) 在组合结构模态的情况下,车体中部测点受一阶垂弯振型的影响最大,当一系弹簧垂向刚度达到2.6 MN/m附近时,转向架的浮沉、点头频率为9.15 Hz和9.96 Hz,会发生柔性车体与转向架剧烈耦合共振现象;转向架上方车体测点则更容易受到一阶扭转振型的影响,在部分速度等级下引起模态共振效应,出现垂向平稳性上升的现象。

#### 参考文献

- [1] 曾京, 郭平波, 郝建华. 铁道客车系统的垂向减振分析[J]. 中国铁道科学, 2006, 27(3): 62.  
ZENG Jing, WU Pingbo, HAO Jianhua. Analysis of vertical vibration reduction for railway vehicle systems[J]. China Railway Science, 2006, 27(3): 62.
- [2] 周劲松, 孙文静, 宫岛. 铁道车辆几何滤波现象及弹性车体共振分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2009, 37(12): 1653.  
ZHOU Jinsong, SUN Wenjing, GONG Dao. Analysis on geometric filtering phenomenon and flexible car body resonant vibration of railway vehicles[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2009, 37(12): 1653.
- [3] SHI H, LUO R, WU P, et al. Application of DVA theory in vibration reduction of carbody with suspended equipment for high-speed EMU[J]. Science China Technological Sciences, 2014, 57(7): 1425.
- [4] 郭林生, 文永蓬, 尚慧琳, 等. 考虑车下设备的城轨车辆弹性车体垂向振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(21): 97.  
GUO Linsheng, WEN Yongpeng, SHANG Huilin, et al. Vertical vibration characteristics of urban rail elastic vehicle body with under-vehicle equipment[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(21): 97.
- [5] YOU T, ZHOU J, THOMPSON D J, et al. Vibration reduction of a high-speed train floor using multiple dynamic vibration absorbers[J]. Vehicle System Dynamics, 2022, 60(9): 2919.

(下转第44页)

表 2 地面或高架车辆限界坐标

Tab.2 Ground or elevated vehicle clearance coordinates

点号	X/mm	Y/mm	点号	X/mm	Y/mm	点号	X/mm	Y/mm
0	0	3 885	11	1 671	1 634	22	841	-18
1	710	3 899	12	1 590	964	23	738	-18
2	1 040	3 795	13	1 556	348	24	738	-51
3	1 140	3 680	14	1 470	330	25	647	-51
4	1 262	3 596	15	1 462	163	26	647	42
5	1 524	3 461	16	1 353	51	27	0	43
6	1 583	3 369	17	1 290	53	0b	0	5 044
7	1 624	3 263	18	1 290	47	1b	564	5 044
8	1 623	3 027	19	1 035	49	2b	853	5 026
9	1 678	3 010	20	1 035	19	3b	924	4 996
10	1 677	2 454	21	846	20	4b	1 081	4 860

2) 采用 CJJ/T 96—2018《地铁限界标准》计算的动态包络线相较于动力学软件计算的结果更为保守。在动力学软件计算方法中,是通过建立实际的车辆仿真模型来模拟车辆对外界激励的响应,从而产生动态偏移量,据此形成车辆的动态包络线,更能贴近实际车辆的运动姿态,从而可以大幅降低线路建设成本,但安全性不如 CJJ/T 96—2018《地铁限界标准》的高。

3) 目前,我国尚未有 AH 型车限界相关的规范、标准,因此本文通过动力学仿真结果,同时结合 CJJ/T 96—2018《地铁限界标准》来计算动态包络线,推导车辆限界和设备限界的制定方法。作为参考,推荐 AH 型车车辆限界,其可指导 AH 型车交通设备和建筑的布置,有利于该类车的使用安全性及

推广。

## 参考文献

- [1] 李铁, 栾平景. 国内外客车总体设计标准对比研究[J]. 国外铁道车辆, 2006, 43(5): 36.  
LI Tie, LUAN Pingjing. Comparison research on overall design standards for passenger cars in China and abroad[J]. Foreign Rolling Stock, 2006, 43(5): 36.
  - [2] 温炎丰, 吴晓, 周建成, 等. 基于动力学仿真的轻量化跨座式单轨限界研究[J]. 机械工程与自动化, 2021(4): 8.  
WEN Yanfeng, WU Xiao, ZHOU Jiancheng, et al. Research on limit of lightweight straddle monorail based on dynamic simulation[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2021(4): 8.
  - [3] 罗仁, 胡俊波, 王一平. 考虑随机因素的高速列车动力学模拟方法及应用[J]. 铁道车辆, 2016, 54(10): 1.  
LUO Ren, HU Junbo, WANG Yiping. Dynamics simulation method and the application on high speed trains with consideration of random factors[J]. Rolling Stock, 2016, 54(10): 1.
  - [4] PANDYA A. Exploring computational geometry of fundamental interactions in static limits[J]. Physics Essays, 2019, 32(3): 411.
  - [5] 何银川. 基于 Simpack 的驮背运输车辆系统动力学研究[D]. 济南: 济南大学, 2019.  
HE Yinchuan. Dynamics research of piggyback transport system based on Simpack[D]. Jinan: University of Jinan, 2019.
- 收稿日期:2023-11-09 修回日期:2023-12-30 出版日期:2024-05-10  
Received:2023-11-09 Revised:2023-12-30 Published:2024-05-10  
· 通信作者: 门永林, 正高级工程师, MYL1219@sina.com  
· ©《城市轨道交通研究》杂志社, 开放获取 CC BY-NC-ND 协议  
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

(上接第 39 页)

- [6] 黄彩虹, 曾京, 郭平波, 等. 铁道客车车体弹性振动减振研究[J]. 工程力学, 2010, 27(12): 250.  
HUANG Caihong, ZENG Jing, GUO Pingbo, et al. Study on car body flexible vibration reduction for railway passenger carriage[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(12): 250.
- [7] 宫岛, 刘广宇, 周劲松, 等. 动车组车体异常振动问题分析及治理研究[J]. 机械工程学报, 2021, 57(10): 95.  
GONG Dao, LIU Guangyu, ZHOU Jinsong, et al. Research on abnormal vibration issue of car bodies of EMU trains and its treat-

ment[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(10): 95.

- 收稿日期:2023-11-02 修回日期:2023-12-20 出版日期:2024-05-10  
Received:2023-11-02 Revised:2023-12-20 Published:2024-05-10  
· 通信作者: 韦海菊, 正高级工程师, haijuwei@163.com  
· ©《城市轨道交通研究》杂志社, 开放获取 CC BY-NC-ND 协议  
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license