

定时约束下有轨电车区间节能速度曲线优化算法^{*}童文聪^{1,2} 滕靖^{1,2} 姚幸³ 李君美^{1,2}

(1. 同济大学交通运输工程学院, 201804, 上海; 2. 上海市轨道交通结构耐久与系统安全重点实验室, 201804, 上海; 3. 上海城建设计研究总院, 200125, 上海)

摘要 [目的] 考虑能耗因素的有轨电车运行控制方案计算需要进行大量节能曲线计算。为建立精确、高效的区间节能速度曲线寻优模型, 需要针对有轨电车车速慢、区间间距短和较少长大坡段的特性, 研究定时约束条件下基于时间步长搜索的节能速度曲线优化算法。[方法] 在实现基础遍历搜索的基础上, 通过边界分析缩小可行解搜索范围; 针对有轨电车加速时长给定的情况, 提出基于定加速时长的节能优化算法, 避免在陡下坡段时执行非必要的制动, 并采用二分法加快方案搜索速度; 针对有轨电车加速时长未定的情况, 在有轨电车巡航段及惰行段不产生额外制动的前提下, 给出基于能耗变化敏感度的改进搜索方法, 有助于快速锁定最优加速时间。[结果及结论] 与既有数值分析法相比, 本算法基于步长搜索替代复杂的积分过程, 简化的运算流程; 测试数据显示, 算法在典型有轨电车运行区间单次运算时间不超过 1 ms, 相比常规的遗传算法, 计算速度有较大的提升。算法可通过变更步长方式来调整运算精度和速度指标, 可作为有轨电车线路节能运算的基础算法。

关键词 有轨电车; 节能; 速度曲线优化; 二分法

中图分类号 U482.1

DOI:10.16037/j.1007-869x.2024.06.044

Optimal Algorithm of Tram Section Energy-saving Speed Curve under Fixed Time Constraint

TONG Wencong^{1,2}, TENG Jing^{1,2}, YAO Xing³, LI Junxian^{1,2}

(1. College of Transportation Engineering, Tongji University, 201804, Shanghai, China; 2. Shanghai Key Laboratory of Rail Infrastructure Durability and System Safety, 201804, Shanghai, China; 3. Shanghai Urban Construction Design & Research Institute, 200125, Shanghai, China)

Abstract [Objective] Calculation of tram operation control scheme taking into account energy consumption requires a great deal of calculation of the energy-saving speed profile. In order to establish an accurate and efficient optimal model for the energy-saving speed curve of tram sections, it is necessary to

study the optimal algorithm of the energy-saving speed curve based on time-step search and under time-fixed constraints while considering the tram characteristics of low speed, short section and fewer long steep slopes. [Method] On the basis of implementing basic ergodic search, the search range of the feasible solution is narrowed down by boundary analysis. Under the condition that the tram acceleration duration is given, an optimized energy-saving algorithm based on fixed acceleration duration is proposed to avoid unnecessary braking in steep downhill section, and a dichotomy method is used to expedite the search. When the tram acceleration duration is not fixed, under the premise of no additional braking during the tram cruise and coasting, an improved search method based on being sensitive to energy consumption change is proposed, which is helpful to determine the optimal acceleration time quickly. [Result & Conclusion] Compared with the existing numerical analysis method, the proposed algorithm based on time-step search replaces the complex integration process, simplifying the computational process. The test data shows that the algorithm takes less than 1ms to finish a single operation in a typical tram operation section, and greatly improves the calculation speed compared with the conventional genetic algorithm. The algorithm can adjust the calculation precision and speed index by changing the time step size, and can serve as the basic algorithm of energy-saving calculation for tram lines.

Key words tram; energy saving; speed curve optimization; dichotomy

节能速度曲线优化是指在一定约束条件下, 寻找使列车从规定的起点运行至终点能耗最小的速度-距离曲线。目前, 节能速度曲线优化通常采用数值法和解析法^[1]。数值法以遗传算法为代表, 基于邻域搜索方式, 通过迭代寻优进行求解^[2], 但所得结果往往为局部最优解, 且存在计算结果随机性大、计算耗时过长等问题。解析法基于极值原理,

^{*} 国家重点研发计划项目(2021YFB1600100)

对列车节能控制问题进行直接求解^[3],能得到理论上的最优解,但因列车运行过程不确定因素过多,难以求得解析解。

对此,本文重点研究单区间有轨电车节能速度曲线优化问题,借鉴解析法思路,设计基于时间步长搜索的有轨电车节能曲线运算方法,简化计算流程并提高有轨电车运行速度,以期有轨电车运营方案能耗优化模型提供底层支撑算法。

1 基本优化模型与方法

在定时定距条件下,有轨电车节能优化的目标函数如式(1)所示:

$$\left. \begin{aligned} \min J &= \int_{x_0}^{x_s} u_f(x) f(v) dx \\ \text{s. t. } \frac{dv}{dx} &= [u_f(x) f(v) - u_b(x) b(v) - \\ &\quad r(v) - w(x)] / Mv(x) \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{1}{v(x)} \\ \int_{x_0}^{x_s} \frac{1}{v(x)} dx &= t_T \\ v(x) &\leq v_{\max} \\ u_f(x) &\in [0, 1], u_b(x) \in [0, 1] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:

J ——牵引力做功的机械能耗;

$u_f(x)$ ——有轨电车在位置 x 处的牵引力使用系数,其中 $x \in [x_0, x_s]$, x_0 、 x_s 为定距运行区间两端坐标;

$u_b(x)$ ——有轨电车在位置 x 处的制动力使用系数;

$f(v)$ ——有轨电车在速度 v 下的最大牵引力;

$b(v)$ ——有轨电车在速度 v 下的最大制动力;

M ——有轨电车的总质量;

$v(x)$ ——有轨电车在位置 x 处的运行速度;

v_{\max} ——区段限速;

t_T ——有轨电车区间运行目标时长;

$r(v)$ ——有轨电车运行基本阻力;

$w(x)$ ——有轨电车运行附加阻力。

有轨电车区间运行存在以下特性:①车体较轻、车身较短,受力分析时可视为点状刚体。②有轨电车运行采用无极控制,其加减速不分档,控制模式简单。③分段区间间隔较短,通常为 300~700 m,运行中有轨电车频繁加减速,无法长时间维持高

速运行,因此出现需要进行制动的长大下坡段的情况较少。④有轨电车运行速度较低,一般路段限速为 50~60 km/h,平交路口限速为 30 km/h;区间平均运行速度大多为 20~40 km/h,较低的运行速度使有轨电车运行时基本阻力受速度变化影响较小。

2 基于时间步长的搜索算法

根据有轨电车的运行特性,从基础搜索算法出发,通过边界分析缩小可行解搜索范围;然后,出于不同适用性的考虑,从定加速时长和未定加速时长两种情况出发,对基础搜索算法进行改进。

2.1 基础搜索算法

设目标曲线定时为 t_T ,定距为 s 。将 t_T 按加速、巡航、惰行和制动四种工况分为 4 段,分别为加速时长 t_{st} ,巡航时长 t_{cr} ,惰行时长 t_{co} 和制动时长 t_{br} ,易知: $t_{st} + t_{cr} + t_{co} + t_{br} = t_T$ 。将 t_{st} 、 t_{cr} 、 t_{co} 、 t_{br} 划分为若干最小时间步长 Δt 的组合,则有轨电车操作方案有 3 个工况转折点:加速-巡航工况转折点 T_{st-cr} 、巡航-惰行工况转折点 T_{cr-co} 、惰行-制动工况转折点 T_{co-br} 。显然,在确定 Δt 的条件下,可遍历曲线所有可能的方案组合以求得最优解。在 Δt 足够小的情况下,基于时长的基础搜索算法等同于对有轨电车受力进行积分计算,并可获得全局最优解。

为提高运算效率,可优化运算过程:将整体运算过程分为加速段计算循环 L_{st} 、巡航段计算循环 L_{cr} 及惰行段计算循环 L_{co} ;每个计算循环按自身工况进行牵引计算,并将计算结果输入下位循环,由此来遍历所有可能方案;每个计算循环有自身的退出判断逻辑。当方案运算到 L_{co} 内部时,可进行制动校验通过判断。制动校验中, t_{st} 、 t_{cr} 和 t_{co} 值已知,若要将方案 i 加入可行方案组中,则方案 i 的制动结果须满足:

$$\begin{cases} t_T - t_{err} < t_i < t_T + t_{err} \\ s - s_{err} < s_i < s + s_{err} \end{cases} \quad (2)$$

式中:

t_i ——方案 i 的总运行时长;

s_i ——方案 i 的总运行距离;

t_{err} ——区间运行时间的允许误差;

s_{err} ——区间运行距离的允许误差。

退出判断逻辑用于判断是否结束当前所在循环。判断退出的基本条件为:

$$t_{cur} > t_T + t_{err} \quad (3)$$

或

$$s_{cur} > s + s_{err} \quad (4)$$

式中:

t_{cur} ——有轨电车当前累计运行时间;

s_{cur} ——有轨电车当前累计运行距离。

在完成所有计算循环后,可行方案组中能耗最低的方案作为最优解。基于时长的基础搜索算法逻辑流程如图1所示。

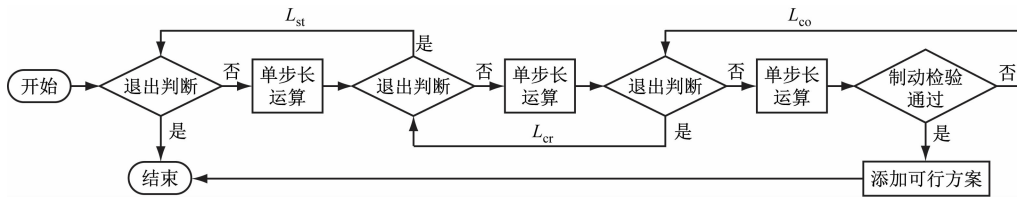


图1 基于步长的基础搜索算法逻辑流程图

Fig.1 Flowchart of basic search algorithm based on step-length

为缩小搜索范围,减少无效计算,可在 L_{cr} 的退出判断逻辑中增加以下判断逻辑:

$$s_{\text{cr}} < s - s_{\text{err}} \quad (5)$$

$$s_{\text{co}} > s + s_{\text{err}} \quad (6)$$

式中:

s_{cr} ——将剩余可分配时间按巡航加制动运行工况计算所得的总运行距离;

s_{co} ——将剩余可分配时间按惰行加制动运行工况计算所得的总运行距离。

在该退出判断逻辑中, t_{st} 已知, 剩余可分配时间为 $t_{\text{T}} - t_{\text{st}}$ 。式(5)表示 t_{st} 过小, 即使后续按最快速方式(巡航+制动)运行, 总运行距离仍未达到目标距离; 式(6)表示 t_{st} 时间过大, 即使后续按最慢方式(惰行+制动)运行总运距仍超过目标距离。只要满足式(5)和式(6)任一条件的 t_{st} 值为不可行解, 无须后续计算。有轨电车区间 t_{st} 的有可行解范围较其无可行解范围要小得多。根据实际测算, 利用式(5)和式(6)可减少 70% ~ 90% 的无效计算。

2.2 定加速时间下的改进搜索算法

在 t_{st} 确定的条件下, 有轨电车进入巡航段时的起始速度 $v_{\text{co_start}}$ 和起始位置 $s_{\text{co_start}}$ 确定。后续曲线是由巡航、惰行、制动三种运行工况按顺序构成定时定距曲线。当有轨电车当前所在坡度较为平缓时, 巡航需要使用牵引力来平衡阻力。非陡下坡段速度曲线随巡航时间变化如图2所示。

由图2可知, 在定时约束条件下, 存在两条 t_{st} 相同的速度-时间曲线 C1 和 C2, 其中 C1 比 C2 多执行巡航操作时长为 t_{m} 。由于 $v(t_{\text{cr}} + t_{\text{m}}) > v(t_{\text{cr}})$, 且惰行段无加速和制动操作, 因此直至 C2 曲线制动前, C2 曲线速度总是大于 C1 曲线速度。设 $S_{\text{e}}(t_{\text{cr}})$ 为已知 t_{st} 条件下有轨电车达到终点的运行距离随 t_{cr} 变化的函数, 由上述分析, $S_{\text{e}}(t_{\text{cr}})$ 为递增函数, 因

此, 在 t_{T} 和 t_{st} 确定的情况下, 要满足 $S_{\text{e}}(t_{\text{cr}}) = s$, t_{cr} 最多只有唯一解。

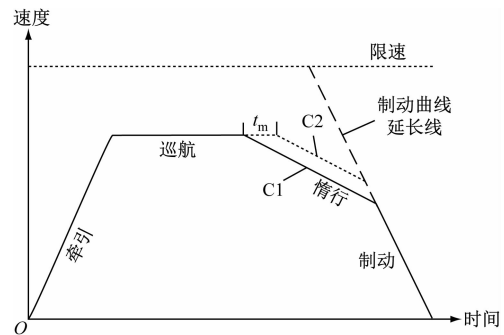


图2 非陡下坡段速度曲线随巡航时间变化对比

Fig.2 Comparison of speed curves varying with cruise time in a non-steep downward slope section

在陡下坡段时, 重力沿下坡方向的分力大于基本阻力, 巡航阶段为保持匀速行驶有轨电车需要制动, 这将造成额外的能量损耗。为此, 引入以下驾驶行为约束: 在巡航段和惰行段, 若 v 小于等于区间限速 v_{max} , 则有轨电车不制动。

该行为约束不允许有轨电车在陡下坡段巡航时执行非必要制动, 有利于节能。由此可推断, 若有轨电车处于陡下坡段且其速度未超过区间限速, 则巡航时不使用制动力, 即牵引力和制动力均为 0, 此时可认为巡航工况等同于惰行工况; 同样, 若有轨电车在陡下坡段 v 达到 v_{max} , 并进行制动以抵消重力沿下坡方向的分力, 则此时的巡航工况和惰行工况也等同, 即在该陡坡段的运行时间无论分配给 t_{cr} 还是 t_{co} , 有轨电车受力情况都完全一样。陡下坡段的速度-时间关系如图3所示。

将上述分析推广到一般情况, 假设区间由若干陡下坡段 D_j 和非陡下坡段构成, 则 $S_{\text{e}}(t_{\text{cr}})$ 在同一陡下坡段有相同解, 而在平缓坡段为递增函数。设

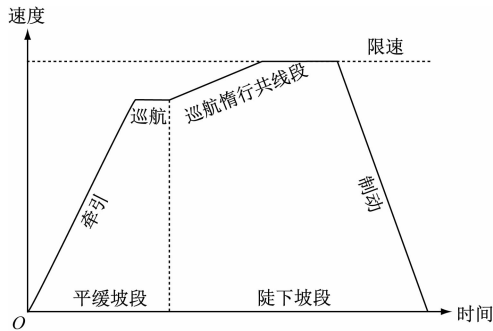


图3 陡下坡段速度曲线随巡航时间变化特性

Fig. 3 Characteristics of speed curves varying with cruise time in a steep downhill section

有轨电车巡航至 D_j 起点和终点的时间范围为 $[t_{dmin,j}, t_{dmax,j}]$, 若不考虑 t_{cr} 位于陡下坡段范围部分, 则 $S_e(t_{cr})$ 仍为递增函数。根据上述特性, 最优解的搜索步骤为:

步骤1 计算 D_j 的 $[t_{dmin,j}, t_{dmax,j}]$, 并保存备查。

步骤2 确定 t_{cr} 的初始上、下界时间, 其中初始上界时间 $t_{cr_upper} = t_T$, 初始下界时间 $t_{cr_lower} = t_T - t_{st}$ 。

步骤3 计算二分点 $t_d = (t_{cr_upper} + t_{cr_lower})/2$, 若计算得 t_d 位于某陡下坡段 D_j 时间范围 $[t_{dmin,j}, t_{dmax,j}]$ 内, 若 $t_{cr_lower} \leq t_{dmin,j}$, 则令 $t_d = t_{dmin,j}$, 否则 $t_d = t_{dmax,j}$ 。

步骤4 若 $S_e(t_d) \in [s - s_{err}, s + s_{err}]$, 则 t_d 为可行解, 结束计算; 若 $S_e(t_d) > s + s_{err}$, 则可行解小于 t_d , 令 $t_{cr_upper} = t_d$, 回到步骤3; 若 $S_e(t_d) < s - s_{err}$, 则可行解大于 t_d , 令 $t_{cr_lower} = t_d$, 回到步骤3。

由此可知, 在 t_{st} 已确定的情况下, 使用二分法替代定步长遍历计算, 能有效提高计算速度和计算精度。

2.3 未定加速时间下的改进搜索算法

上一节提出了在 t_{st} 已确定的情况下 t_{cr} 的二分搜索方法, 本节尝试通过增加一定约束条件后, 提出在 t_{st} 未确定的情况下 t_{st} 值的搜索方法。

在 t_T 确定的条件下, t_{st} 越长, 有轨电车的前期运行速度就越快, 其后期运行速度可以放缓。这意味着有轨电车可以以较小的速度进行制动从而减少制动能耗。但若运行区间存在陡下坡段, 则前期加速过快会导致有轨电车运行速度达到限速后, 在陡下坡段产生不必要的制动, 进而产生不必要的能耗。假设有轨电车在巡航段及惰行段不进行制动, 且设运行曲线 C2 比 C1 多执行了加速操作, 为保证 t_T 不变, 曲线 C2 与 C1 必定相交于某点 (设为 A

点), A 点前 C2 速度快于 C1, A 点后 C1 速度快于 C2。如图 4 所示。

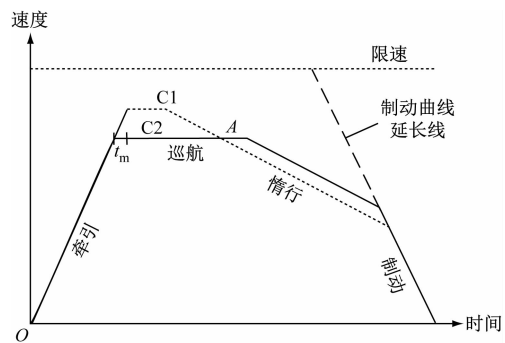


图4 定时约束条件下速度曲线随加速时间变化对比

Fig. 4 Comparison of speed curves varying with acceleration duration under fixed time constraints

由图 4 可知, 在定时约束条件下且巡航段及惰行段有轨电车不进行制动时, 随着 t_{st} 增大, t_{cr} 逐渐变小, t_{co} 逐渐增大。随着 t_{cr} 变小, 增加 t_{st} 所提升的巡航速度维持的时间变短, 节约的时间量随之变小, 从而导致制动起始速度减小幅度随 t_{cr} 减小而放缓, 制动能耗的降低幅度随 t_{st} 增大而变小。此外, 由于有轨电车运行速度较小, 其基本阻力做功 J 变化幅度也较小。故可认为, 随着 t_{st} 的增大, J 总体保持下降, 但下降幅度逐渐变缓。

为验证以上效应, 根据定加速时间下的改进搜索算法, 在长度为 800 m 的平直通道下, 取 $t_T = 80$ s, $\Delta t = 0.1$ s, 计算不同 t_{st} 下, 有轨电车牵引力、基本阻力、制动力做功的情况, 如图 5 所示。

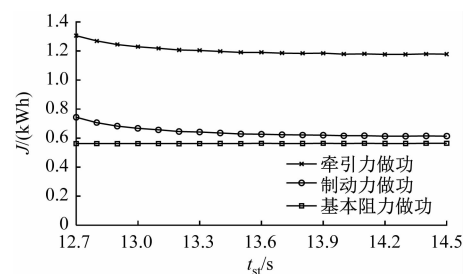


图5 解空间内不同加速时长做功变化

Fig. 5 Variation in workmanship with different acceleration durations in solution space

由图 5 可知, 有轨电车的 J 随着 t_{st} 的增加而逐步减小, 且减大幅度逐渐放缓。因此, 在满足上述假设的条件下, 可通过判断 J 随 t_{st} 变化的敏感度, 来计算最优能耗的近似解。 J 随 t_{st} 变化的敏感度判断条件为:

$$J_{\text{pre}} - J_{\text{cur}} < s\delta_s \quad (7)$$

式中:

J_{cur} —— t_d 对应可行解的总能耗;

J_{pre} ——上一次计算可行解的总能耗;

δ_s ——单位运行距离的能耗计算敏感系数;可取 0.005 kWh/km。

最优能耗的近似解计算方法如下:

步骤1 计算初始的上下界时间,初始上界时间 $t_{\text{st_upper}} = t_{\text{st_max}}$,初始下界时间 $t_{\text{st_lower}} = t_{\text{st_avg}} \circ t_{\text{st_max}}$ 为有轨电车加速到 v_{max} 所需时间, $t_{\text{st_avg}}$ 为有轨电车加速到区间运行平均速度 v_{avg} 所需时间, $v_{\text{avg}} = s/t_T$ 。

步骤2 计算二分点 $t_d = (t_{\text{cr_upper}} + t_{\text{cr_lower}})/2$ 。

步骤3 设 $t_{\text{st}} = t_d$,参照定加速时间下的改进搜索算法计算可行解。以 t_d 对巡航段退出判断逻辑进行验算:若验算结果满足式(5),则 $t_{\text{st_lower}} = t_d$,回到步骤2;若验算结果满足式(6),则 $t_{\text{st_upper}} = t_d$,回到步骤2;若 t_d 为可行解,且该可行解总能耗与上一个可行解的总能耗满足式(7),则 $t_{\text{st}} = t_d$ 为最终解,否则令 $t_{\text{st_lower}} = t_d$,回到步骤2。

2.4 算法适用性

本文所述各算法的适用性如下:

1) 基础搜索算法可满足一般计算要求,但运算效率和精度不高,不推荐。

2) 定加速时间下的改进搜索算法中所述驾驶行为约束符合实际情况,且运算速度和精度较优,可作为通用方法使用。

3) 未定加速时间下的改进搜索算法可进一步提高运算速度和精度,但须满足有轨电车在巡航段及惰行段不进行制动的假设。

由于有轨电车速度较低,区间间隔较小,有制动需求的长陡坡段区间较为罕见。一般可先用未定加速时间下的改进搜索算法进行计算,计算过程若存在违反上述假设的判断,则转用定加速时间下的改进搜索算法进行重新计算。

3 计算精度与计算效率

本文基于时间步长搜索方式简化了计算模型,避免了复杂的解析建模过程,有利于复杂的受力模型及能耗模型的嵌入。在计算精度和效率方面,本文采用了 GA(遗传算法)作为对比算法,以某长度为 539 m、限速为 60 km/h 的有轨电车区间作为算例区间,对改进算法进行分析。

算例有轨电车采用 5 模块编组,包含 2 个动车模块、1 个拖车模块及 2 个悬浮模块,其主要技术参数如表 1 所示。

表1 算例有轨电车的主要技术参数

Tab.1 Basic parameters of tram in calculation example

项目	取值
全车质量/t	43.6
车身长度/m	32.5
常用加速度/(m/s ²)	≥0.6
常用制动加速度/(m/s ²)	1.1
基本阻力	$w_0 = 3.00434 + 0.5589v + 0.00037v^2$

注:基本阻力公式 $w_0 = A + Bv + Cv^2$ 中, w_0 为基本阻力,单位 N/kN, v 为列车运行速度,单位 km/h, A 、 B 、 C 为基本阻力计算系数。

遗传算法设置方法:

1) 编码方式:染色体由两个整数编码的基因组成,分别代表 t_{st} 和 t_{cr} 值,每单位整数代表 0.1 s 的工况持续时间。

2) 适应度函数:采用个体方案计算能耗值 J ,若方案不满足精度要求,增加一个较大惩罚数 M 。

3) 选择策略:采用精英选择策略(Elitist Selection)。

4) 算法参数:初始种群大小为 50,交叉概率为 0.7,变异概率为 0.2,迭代次数为 100。

在遗传算法的计算在 Windows 10 系统环境下,采用主频率为 3.2 GHz 的 CPU(中央处理器)和容量为 16 GB 的内存。使用上述方法对算例区间进行节能速度曲线优化计算。以 MA 代表基础搜索算法,MB 代表定加速时间下改进搜索算法,MC 代表未定加速时长的改进搜索算法,不同算法的指标计算结果如表 2 所示。

表2 不同算法的指标计算结果

Tab.2 Indexes calculated by different algorithms

算法	$\Delta t/s$	计算步长 总数	距离 误差/m	计算能耗/ (kWh)	计算耗时/ s
MA	0.10	314 943	0.41	1.293	0.015 4
MB	0.10	24 522	0.29	1.287	0.001 6
MC	0.10	7 274	0.09	1.285	0.000 5
MC	0.01	101 974	0.01	1.271	0.007 7
GA			0.47	1.295	0.627 0

由表 3 可知,本文采用方法在计算耗时上较遗传(下转第 254 页)

撑和仿真手段。

参考文献

- [1] 杜昕. 混合动力列车运行仿真系统开发与实现[J]. 现代计算机(专业版), 2017(13): 26.
DU Xin. Development and implementation of hybrid electric train operation simulation system [J]. Modern Computer, 2017(13): 26.
- [2] 伍赛特. 混合动力列车的应用前景展望[J]. 交通节能与环保, 2019, 15(4): 117.
WU Saite. Prospect of application of hybrid electric train [J]. Transport Energy Conservation & Environmental Protection, 2019, 15(4): 117.
- [3] 杨继斌, 宋鹏云, 张继业, 等. 燃料电池混合动力列车建模与运行控制研究[J]. 铁道学报, 2017, 39(9): 40.
YANG Jibin, SONG Pengyun, ZHANG Jiye, et al. Research on modeling and operation control of fuel cell hybrid electric train [J]. Journal of the China Railway Society, 2017, 39(9): 40.

(上接第 249 页)

传算法有大幅提升,其中 MB 和 MC 的计算耗时已小于 1 ms,其原因在于二分法能使计算步长总数大幅减少。不同算法的误差距离均小于 0.5 m,均满足基本运算精度要求。MA、MB、MC 的误差距离逐次减小,原因在于二分法能减少步长间隙引起的计算误差。GA 采用了 0.1 s 的步长编码方式,故其距离误差与 MA 距离误差相近。在采用 MC 算法时,将步长缩短为 0.01 s 后,计算精度进一步提升,提高了节能效果,且计算耗时增长不大。

4 结语

本文提出了适应于有轨电车运行特性的定时节能曲线优化方法。与既有的数值分析法相比,该算法降低了模型的复杂度,简化了运算流程,有利于工程应用;与 GA 等启发式算法相比,该方法能获得全局近似最优解,较好地解决运算效率和精度问题,还能通过变更步长方式来调整运算精度和运算性能指标,可适用于不同的运算场景需求。

参考文献

- [1] 荀径, 杨欣, 宁滨, 等. 列车节能操纵优化求解方法综述[J].

- [4] 王天冬, 宋鹏云. 混合动力列车能量管理策略的优化方法及系统[J]. 内燃机与配件, 2019(22): 61.
WANG Tiandong, SONG Pengyun. Optimization method and system for energy management strategy of hybrid electric train [J]. Internal Combustion Engine & Parts, 2019(22): 61.
- [5] 李明, 付稳超, 黄烈威, 等. 100% 低地板轻轨车混合动力性能匹配计算[J]. 铁道机车车辆, 2013, 33(2): 55.
LI Ming, FU Wenchao, HUANG Liewei, et al. Hybrid performance matching calculation of 100% Low-floor LRV [J]. Railway Locomotive & Car, 2013, 33(2): 55.

· 收稿日期:2022-05-05 修回日期:2022-08-02 出版日期:2024-06-10
Received:2022-05-05 Revised:2022-08-02 Published:2024-06-10
· 通信作者:张喜茂,高级工程师,ximao2004@163.com
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

铁道学报, 2014, 36(4): 14.

- XUN Jing, YANG Xin, NING Bin, et al. Survey on trajectory optimization for train operation [J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(4): 14.
- [2] 丁勇, 毛保华, 刘海东, 等. 定时约束条件下列车节能操纵的仿真算法研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(10): 2241.
DING Yong, MAO Baohua, LIU Haidong, et al. An algorithm for energy-efficient train operation simulation with fixed running time [J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(10): 2241.
- [3] ASNIS I A, DMITRUK A V, OSMOLOVSKII N P. Solution of the problem of the energetically optimal control of the motion of a train by the maximum principle [J]. USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1985, 25(6): 37.

· 收稿日期:2022-05-18 修回日期:2022-08-09 出版日期:2024-06-10
Received:2022-05-18 Revised:2022-08-09 Published:2024-06-10
· 第一作者:童文聪,工程师,tongwencong@tongji.edu.cn
通信作者:滕靖,教授,tengjing@tongji.edu.cn
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license