

# 基于 Timoshenko-Pasternak 模型的盾构下穿既有隧道沉降简化计算方法<sup>\*</sup>

王亮<sup>1</sup> 潘彬涛<sup>1</sup> 江杰<sup>2,3</sup> 龙逸航<sup>2,3</sup>

(1. 中铁一局集团第三工程有限公司, 721006, 宝鸡; 2. 广西大学土木建筑工程学院, 530004, 南宁;  
3. 工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 530004, 南宁)

**摘要** [目的] 旨在解决在盾构下穿既有隧道沉降计算中, 传统 Euler-Bernoulli 梁与 Winkler 地基模型精度不足问题。[方法] 基于 Timoshenko 梁理论和 Pasternak 地基理论引入同时考虑土体剪切效应和隧道整体剪切变形的 Timoshenko-Pasternak 模型, 通过推导盾构下穿既有隧道的沉降控制方程, 并使用有限差分法对其进行求解, 得到沉降计算结果。之后将这些结果与有限元数值模拟解、实际工程监测数据及传统 Euler-Bernoulli-Winkler 模型的理论解进行详细对比。[结果及结论] 基于 Euler-Bernoulli-Winkler 模型的计算结果在既有隧道沉降值上存在低估现象, 而在既有隧道沉降槽宽度和管片张开量上存在高估现象, 且无法计算既有隧道管片的错台量。相较之下, 基于 Timoshenko-Pasternak 模型的计算结果与数值模拟及实际监测值更为一致。该模型能够较为准确地估计既有隧道沉降、沉降槽宽度及管片张开量, 并提供了可靠的隧道管片的错台量计算结果。这对实际工程具有重要的指导意义, 为实际工程提供了可靠的参考依据。

**关键词** 城市轨道交通; 盾构; 下穿既有隧道; 沉降变形; 简化计算方法

中图分类号 U455.43

DOI:10.16037/j.1007-869x.2024.10.004

## Simplified Calculation Method for Existing Tunnel Settlement Caused by Shield Underpassing Based on Timoshenko-Pasternak Model

WANG Liang<sup>1</sup>, PAN Bintao<sup>1</sup>, JIANG Jie<sup>2,3</sup>, LONG Yihang<sup>2,3</sup>

(1. China Railway First Bureau Group Third Engineering Co., Ltd., 721006, Baoji, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, 530004, Nanning, China; 3. Key Laboratory of Engineering Disaster Prevention and Structural Safety of Ministry of Education, 530004, Nanning, China)

**Abstract** [Objective] It is aimed to tackle the inefficient

accuracy of traditional Euler-Bernoulli beam and Winkler foundation model in calculating settlement induced by shield underpassing existing tunnels. [Method] Based on the Timoshenko beam theory and Pasternak foundation theory, the Timoshenko-Pasternak model, which simultaneously considers the soil shear effect and the tunnel overall shear deformation, is introduced. Settlement control equations for shield underpassing existing tunnels are derived and solved using finite difference method to obtain settlement calculation results. These results are then compared in detail with finite element numerical simulation solutions, actual engineering monitoring data, and theoretical solutions from traditional Euler-Bernoulli-Winkler model. [Result & Conclusion] Research results show that the Euler-Bernoulli-Winkler model tends to underestimate settlement values and overestimate settlement trough width and segment opening amount for existing tunnels. Additionally, it fails to calculate the segment misalignment amount of existing tunnels. In contrast, the calculation results from Timoshenko-Pasternak model are more consistent with the numerical simulation and actual monitoring values. The model can accurately estimate settlement, settlement trough width, and segment opening amounts for existing tunnels, and provides reliable calculation results for tunnel segment misalignment. The findings are of significant practical value, offering a reliable reference for engineering applications.

**Key words** urban rail transit; shield; underpassing existing tunnel; settlement deformation; simplified calculation method

随着我国各城市规模的不断扩大、城市化进程不断加快和城市人口的急剧增加, 为缓解交通压力, 我国正大力推动城市轨道交通的建设, 在城市地下采用盾构法修建地铁隧道。由于城市地下空间存在诸多限制, 新建盾构掘进线路将不可避免地下穿既有地铁隧道。盾构下穿施工过程中会扰动

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金项目(52068004)

既有地铁隧道周围土体,诱发既有隧道结构产生沉降,对其安全性造成重大影响,因此需要针对这一问题进行研究。

针对盾构下穿既有隧道的研究,近年来研究人员们主要采用数值模拟<sup>[1-2]</sup>、模型试验<sup>[3-4]</sup>、理论分析<sup>[5-6]</sup>等方法进行研究。其中,理论分析法能够在工程初期,快速准确地预测既有隧道的受力和变形,且拥有概念明确、计算时间较短等特点,被多数科研人员采用。

鉴于此,本文基于理论分析法研究盾构下穿既有隧道沉降的相关问题,引入能够考虑剪切效应的 Pasternak 地基和 Timoshenko 长梁模型改进传统计算方法,以获得更精确的理论解。

## 1 理论推导

### 1.1 两阶段法简介

目前,运用理论分析法研究盾构下穿既有隧道过程中多采用两阶段法。两阶段法即第一阶段首先计算新建盾构下穿施工期间引起的土体位移;第二阶段将土体位移视作“位移荷载”施加在既有隧道上,分析既有隧道与土体之间的相互作用,并求解既有隧道沉降值。这是一种简化计算方法。本文也将采用两阶段法推导盾构下穿既有隧道的沉降值。

### 1.2 盾构下穿施工引起的土体纵向位移计算(第一阶段)

关于计算新建盾构隧道施工引起的土体位移,可采用文献[7-9]的计算方法,其表达式为:

$$u_z(x) = R^2 \left\{ -\frac{z-H}{x^2 + (z-H)^2} + (3-4\nu) \cdot \frac{z+H}{x^2 + (z+H)^2} - \frac{2z[x^2 - (z+H)^2]}{[x^2 + (z+H)^2]^2} \right\} \varepsilon_{x,z} \quad (1)$$

式中:

$u_z(x)$ ——新建盾构施工引起的既有隧道处土体沉降值,单位 mm;

$x$ ——既有隧道纵轴上某点距下穿中心的水平距离,单位 mm;

$R$ ——新建隧道的外半径,单位 mm;

$z$ ——下穿处既有隧道中心轴线位置的埋深,单位 mm;

$H$ ——下穿处新建隧道中心轴线位置的埋深,单位 mm;

$\nu$ ——新建隧道所在地层泊松比;

$\varepsilon_{x,z}$ ——地层损失率,计算式如式(2)所示。

$$\begin{cases} \varepsilon_{x,z} = \varepsilon_0 \cdot \exp\left[\frac{-1.38x^2}{(H+R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2}\right] \\ \varepsilon_0 = \frac{4gR + g^2}{4R^2} \times 100\% \end{cases} \quad (2)$$

式中:

$\varepsilon_0$ ——不排水地层损失值;

$g$ ——间隙参数,计算式如式(3)所示。

$$g = \alpha B + U_{3D} + \omega \quad (3)$$

式中:

$B$ ——新建隧道管片与盾构外径之间的间隙;

$\alpha$ ——系数;

$U_{3D}$ ——开挖掌子面土体等效三维弹塑性变形,对于使用泥水或土压盾构机时  $U_{3D} = 0$ ;

$\omega$ ——考虑施工因素的参数。

由于文献[7]的计算方法是基于黏性土层建立的公式,对其余土层适用性较低,需要进行修正,基于共轭梯度法引入地层影响角  $\varphi$ ,将文献[7]的计算方法适用范围扩展至其余土层:

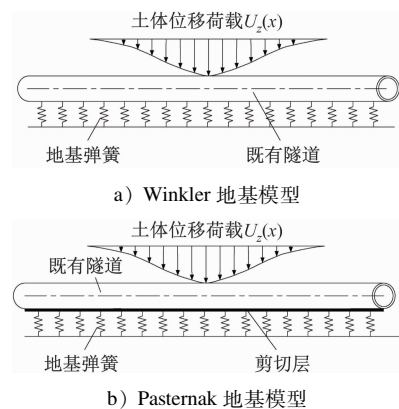
$$\varepsilon_{x,z} = \varepsilon_0 \cdot \exp\left[\frac{-3.12x^2}{(H \tan \varphi + R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2}\right] \quad (4)$$

将式(4)中的  $\varepsilon_{x,z}$  代入式(1)中,即可获得由新建盾构施工引起的土体沉降  $u_z(x)$ 。

### 1.3 土体与隧道相互作用分析(第二阶段)

#### 1.3.1 地基模型分析

如图1所示:传统的 Winkler 模型是将地基视作与既有隧道紧密相连的一系列独立弹簧,只能反映出外荷载作用下的地基压缩变形,未能考虑土体之间存在的剪切变形;而 Pasternak 地基模型在



注:  $U_z(x)$  为与  $u_z(x)$  相对应的荷载。

图1 Winkler 地基与 Pasternak 地基模型对比图

Fig. 1 Comparison diagram of Winkler Foundation and Pasternak Foundation

Winkler 地基模型理论上,假设弹簧单元之上存在一个无法压缩的剪切层,以模拟土体的剪切效应。

此外,根据基本假设,设  $u_z(x)$  为新建盾构隧道施工引起的既有隧道处土体竖向位移,  $w_z(x)$  为既有隧道沉降,  $W_z(x)$  为地基反力。基于 Pasternak 地基理论,  $U_z(x)$  与  $W_z(x)$  分别为:

$$U_z(x) = ku_z(x) - G_p \frac{d^2 u_z(x)}{dx^2} \quad (5)$$

$$W_z(x) = kw_z(x) - G_p \frac{d^2 w_z(x)}{dx^2} \quad (6)$$

式中:

$k$ ——地基弹簧系数;

$G_p$ ——地基剪切系数。

$G_p$  的取值可采用文献 [10] 提出的经验公式 (见式(7)) 计算。

$$G_p = \frac{E_s H_p}{6(1 + \nu)} \quad (7)$$

式中:

$H_p$ ——Pasternak 地基剪切层厚度,通常  $H_p$  可按 2.5 倍既有隧道外直径 ( $D$ ) 取值;

$E_s$ ——既有隧道所在土层土体弹性模量;

$\nu$ ——所在土层泊松比。

$k$  可采用文献 [11] 提出的公式计算,但通常认为使用文献 [11] 计算的  $k$  值会导致最终计算结果大于实测值,应采用双倍取值,即:

$$k = \frac{1.3 E_s}{D(1 - \nu^2)} \sqrt{\frac{E_s D^4}{EI}} \quad (8)$$

式中:

$E$ ——既有隧道的弹性模量;

$I$ ——既有隧道的惯性矩。

### 1.3.2 既有隧道模型分析

如图 2 所示,传统方法采用 Euler-Bernoulli 梁模拟既有隧道弯曲变形时,假设既有隧道上任意位置截面在弯曲变形前后始终与隧道中性轴垂直,与中轴线法线重合,从而忽略了既有隧道的剪切变形。

因此,需要引入能够考虑剪切效应的 Timoshenko 梁模拟既有隧道。如图 2 所示,与 Euler-Bernoulli 梁不同, Timoshenko 梁仅在受力弯曲之前截面与中性轴垂直;在弯曲变形之后受剪切效应的影响, Timoshenko 梁截面与中性轴不再垂直,截面与中性轴法线之间的角度为  $\theta_a$ 。

根据 Timoshenko 梁理论,附加剪力  $Q$ 、附加弯矩  $M$  的表达式为:

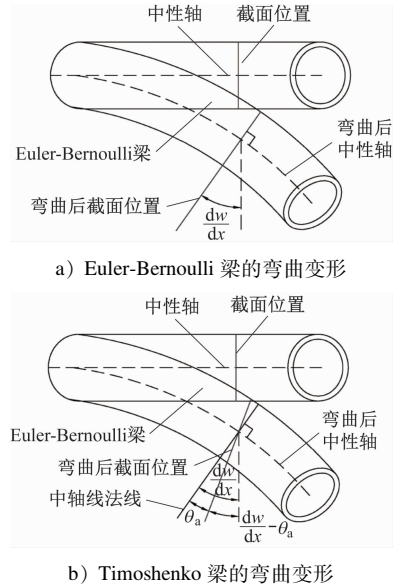


图 2 Euler-Bernoulli 梁与 Timoshenko 梁弯曲变形对比图

Fig. 2 Comparison diagram of Euler-Bernoulli beam and Timoshenko beam bending deformation

$$Q = G_{eq} \left( \frac{dw_z(x)}{dx} - \theta_a \right) \quad (9)$$

$$M = - (EI)_{eq} \frac{d\theta_a}{dx} \quad (10)$$

式中:

$(EI)_{eq}$ ——既有隧道等效抗弯刚度;

$G_{eq}$ ——既有隧道等效剪切刚度。

$(EI)_{eq}$  和管片的最大张开量  $\Delta$  可采用文献 [12] 基于修正惯用法推导的公式:

$$(EI)_{eq} = E\lambda_1 + \frac{ml_s K_b \lambda_2}{A_s} \quad (11)$$

$$\Delta = (b + c) \theta_c \quad (12)$$

式中:

$b$ ——既有隧道横截面短轴;

$c$ ——确定中性轴的参数;

$l_s$ ——既有隧道单环管片长度;

$\theta_c$ ——管片的张开角;

$m$ ——单环管片接头螺栓个数;

$A_s$ ——既有隧道横截面面积;

$K_b$ ——接头螺栓的平均线刚度;

$\lambda_1, \lambda_2$ ——计算参数。限于本文篇幅,上述具体参数取值详见文献 [10]。

对于简化为 Timoshenko 梁的既有隧道等效剪切刚度  $G_{eq}$  的取值,可采用文献 [13] 提出的公式计算;管片之间的错台量  $\delta_c$  主要由螺栓的剪切变形产生,计算式如式(13)、式(14)所示。

$$G_{eq} = \xi \frac{l_s}{\left( \frac{l_b}{mG_{eq,b}} + \frac{l_s - l_b}{G_{eq,s}} \right)} \quad (13)$$

$$\delta_c = l_s \tan\left(\frac{Q}{G_{eq}}\right) \quad (14)$$

式中:

$l_b$ ——接头螺栓的长度;

$G_{eq,b}$ ——接头螺栓的等效剪切刚度;

$G_{eq,s}$ ——既有隧道管片的等效剪切刚度;

$\xi$ ——剪切刚度修正系数。

### 1.3.3 土体与隧道相互作用方程推导

基于上述分析,本文将采用更能反映工程实际且推广度较高的 Timoshenko 梁模型和 Pasternak 地基模型建立计算模型,并做如下基本假设:

1) 假定地基土为半无限弹性体,且各向同性,施工前位移场已经稳定。

2) 第一阶段计算过程中忽略既有隧道的存在,将新建隧道所在土层视作均质土体,之后将第一阶段中新建盾构隧道施工引起的土体沉降视作“位移荷载” $U_z(x)$ 施加在土体既有隧道模型上进行计算。

3) 第二阶段计算过程中既有隧道与地基弹簧紧密相连,即既有隧道沉降值等于地基模型的变形值。

取既有隧道上一微元体做受力分析,假设向下的  $z$  方向为正、微元体下部受拉为正,如图 3 所示。

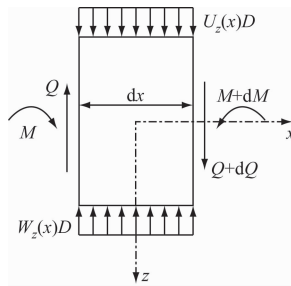


图 3 既有隧道受力分析

Fig. 3 Force analysis of existing tunnel

根据图 3 建立剪力和弯矩的平衡方程:

$$\begin{cases} Q + W_z(x)Ddx - U_z(x)Ddx - (Q + dQ) = 0 \\ M + Qdx - W_z(x)D \frac{dx^2}{2} - U_z(x)D \frac{dx^2}{2} - (M + dM) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

联立式(5)、(6)、(9)、(10)和式(15)进行解耦可得关于既有隧道沉降  $w_z(x)$  的控制方程表达式,如式(16)所示,限于篇幅,解耦过程省略。

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 w(x)}{dx^4} - \frac{G_{eq}G_p D + kD(EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + \\ & \frac{kDG_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} w(x) = \\ & \frac{G_p D}{(G_{eq} + G_p D)} \frac{d^4 u(x)}{dx^4} - \frac{G_{eq}G_p D + kD(EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} \cdot \\ & \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + \frac{kDG_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} u(x) \end{aligned} \quad (16)$$

## 2 既有隧道沉降控制方程求解

求解式(16)即可获得既有隧道沉降  $w_z(x)$ ,但由于式(16)为四阶常微分方程,直接求解存在较大难度,故采用有限差分法对其进行降阶处理。对既有隧道进行离散,划分为  $n+1$  个长度相等的单元,并在隧道两侧增加 2 个虚拟节点,每个单元长度为  $l$  (如图 4 所示)。

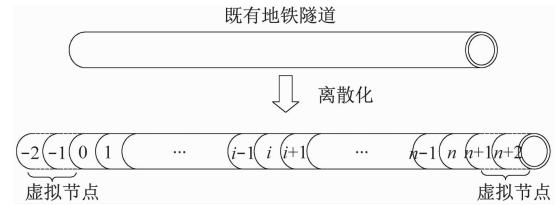


图 4 既有隧道节点的划分

Fig. 4 Division of existing tunnel nodes

利用有限差分标准格式对式(16)进行处理可得:

$$\begin{aligned} & \frac{w_{i+2} - 4w_{i+1} + 6w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}}{l^4} + \\ & \frac{kDG_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} w_i - \\ & \frac{G_{eq}G_p D + kD(EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{l^2} = \\ & \frac{G_p D}{(G_{eq} + G_p D)} \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{l^4} - \\ & \frac{G_{eq}G_p D + kD(EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{l^2} + \\ & \frac{kDG_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} u_i \end{aligned} \quad (17)$$

式中:

$w_i$ ——节点  $i$  的  $w_z(x)$  的有限差分标准格式下的缩写;

$u_i$ ——节点  $i$  的  $u_z(x)$  的有限差分标准格式下的缩写。

求解式(17)还需要  $w_{-1}$ 、 $w_{-2}$ 、 $w_{n+1}$ 、 $w_{n+2}$  4 个虚拟节点的表达式,可根据既有隧道边界条件获得。假设既有隧道足够长且两端自由,此时隧道两端剪力和弯矩为零:

$$\left. \begin{aligned} Q_0 &= Q_n = 0 \\ M_0 &= M_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

联立式(9)、(10)、(15)和式(18)进行有限差分处理并解耦可获得 4 个虚拟节点表达式:

$$\left\{ \begin{aligned} w_{-1} &= \left( \frac{kDl^2}{G_p D + G_{eq}} + 2 \right) w_0 - w_1 - \frac{2G_p D + kDl^2}{G_p D + G_{eq}} u_0 + \frac{G_p D}{G_p D + G_{eq}} (u_1 + u_{-1}) \\ w_{-2} &= w_2 - \left( 4 + \frac{2kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) w_1 + \left( \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4kDl^2}{G_p D + G_{eq}} + 4 \right) w_0 - \\ &\quad \left( \frac{2kG_p D^2 l^4 + k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + 2kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) u_0 + \left( \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) u_1 + \\ &\quad \left( \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} - \frac{kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) u_{-1} + \frac{G_p D}{G_p D + G_{eq}} (u_2 - u_{-2}) \\ w_{n+1} &= \left( \frac{kDl^2}{G_p D + G_{eq}} + 2 \right) w_n - w_{n-1} - \frac{2G_p D + kDl^2}{G_p D + G_{eq}} u_n + \frac{G_p D}{G_p D + G_{eq}} (u_{n-1} + u_{n+1}) \\ w_{n+2} &= w_{n-2} - \left( 4 + \frac{2kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) w_{n-1} + \left( \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4kDl^2}{G_p D + G_{eq}} + 4 \right) w_n - \\ &\quad \left( \frac{2kG_p D^2 l^4 + k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + 2kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) u_n + \left( \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) u_{n-1} + \\ &\quad \left( \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} - \frac{kDl^2}{G_p D + G_{eq}} \right) u_{n+1} + \frac{G_p D}{G_p D + G_{eq}} (u_{n-2} - u_{n+2}) \end{aligned} \right. \quad (19)$$

至此,获得 4 个虚拟节点的表达之后即可求解既有隧道沉降  $w_z(x)$ 。为方便表达和 Matlab 编程,将式(19)代入式(17),整理成矩阵模式有:

$$(\psi_1 - \psi_2 + \psi_3) \mathbf{w} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_3 + \mathbf{U}_4 \quad (20)$$

式中:

$\mathbf{w}$ ——既有隧道沉降;

$\psi_1$ 、 $\psi_2$ 、 $\psi_3$ ——向量  $\mathbf{w}$  的系数矩阵;

$\mathbf{U}_1$ 、 $\mathbf{U}_2$ 、 $\mathbf{U}_3$ 、 $\mathbf{U}_4$ ——作用于既有隧道上的土体位移向量。

移向量。

各矩阵、向量的表达式为:

$$\psi_1 = \frac{1}{l^4} \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & 2 & & & & \\ \Delta_3 & 5 & -4 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & 1 & -4 & 5 & \Delta_3 \\ & & & & 2 & \Delta_2 & \Delta_1 \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (21)$$

$$\text{式中: } \Delta_1 = \frac{k^2 D^2 l^4}{(G_p D + G_{eq})^2} + 2; \Delta_2 = -\frac{2kDl^2}{G_p D + G_{eq}} - 4; \Delta_3 = \frac{kDl^2}{G_p D + G_{eq}} - 2。$$

$$\psi_2 = \frac{G_{eq} G_p D + kD(EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D) l^2} \begin{bmatrix} \Delta_4 & & & & & & \\ 1 & -2 & 1 & & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1 & -2 & 1 & \\ & & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & & \Delta_4 \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (22)$$



其中:  $\Delta_4 = \frac{kDl^2}{G_p D + G_{eq}}$ 。

$$\psi_3 = \frac{kDG_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} [E]_{(n+1) \times (n+1)} \quad (23)$$

$$U_1 = \frac{G_p D}{(G_{eq} + G_p D) l^4} \begin{Bmatrix} u_2 - 4u_1 + 6u_0 - 4u_{-1} + u_{-2} \\ u_3 - 4u_2 + 6u_1 - 4u_0 + u_{-1} \\ \vdots \\ u_{n+1} - 4u_n + 6u_{n-1} - 4u_{n-2} + u_{n-3} \\ u_{n+2} - 4u_{n+1} + 6u_n - 4u_{n-1} + u_{n-2} \end{Bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (25)$$

$$U_2 = \frac{kDG_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D)} \{u_0 \quad u_1 \quad \cdots \quad u_{n-1} \quad u_n\}_{(n+1) \times 1}^T \quad (26)$$

$$U_3 = \frac{G_{eq} G_p D + kD(EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_{eq} + G_p D) l^2} \begin{Bmatrix} u_1 - 2u_0 + u_{-1} \\ u_2 - 2u_1 + u_0 \\ \vdots \\ u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} \\ u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} \end{Bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (27)$$

$$U_4 = \{\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \Omega_3 \quad \Omega_4\}_{(n+1) \times 1}^T \quad (28) \quad \text{其中:}$$

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & -\frac{8G_p D + 4kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} u_0 + \frac{4G_p D}{(G_p D + G_{eq}) l^4} (u_1 + u_{-1}) + \left( \frac{2kG_p D^2 + k^2 D^2}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + 2kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} \right) u_0 - \\ & \left( \frac{k^2 D^2}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} \right) u_1 - \left( \frac{k^2 D^2}{(G_p D + G_{eq})^2} - \frac{kD}{(G_p D + G_{eq}) l^2} \right) u_{-1} - \\ & \frac{G_p D}{(G_p D + G_{eq}) l^4} (u_2 - u_{-2}) - \frac{G_{eq}(2G_p^2 D^2 + kG_p D^2 l^2) + (EI)_{eq}(2kG_p D^2 + k^2 D^2 l^2)}{(EI)_{eq}(G_p D + G_{eq})^2 l^2} u_0 + \\ & \frac{G_{eq} G_p^2 D^2 + kG_p D^2 (EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_p D + G_{eq})^2 l^2} (u_1 + u_{-1}) \\ \Omega_2 = & \frac{2G_p D + kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} u_0 - \frac{G_p D}{(G_p D + G_{eq}) l^4} (u_1 + u_{-1}) \\ \Omega_3 = & \frac{2G_p D + kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} u_n - \frac{G_p D}{(G_p D + G_{eq}) l^4} (u_{n-1} + u_{n+1}) \\ \Omega_4 = & -\frac{8G_p D + 4kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} u_n + \frac{4G_p D}{G_p D + G_{eq} l^4} (u_{n-1} + u_{n+1}) + \left( \frac{2kG_p D^2 + k^2 D^2}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + 2kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} \right) u_n - \\ & \left( \frac{k^2 D^2}{(G_p D + G_{eq})^2} + \frac{4G_p D + kDl^2}{(G_p D + G_{eq}) l^4} \right) u_{n-1} - \left( \frac{k^2 D^2}{(G_p D + G_{eq})^2} - \frac{kD}{(G_p D + G_{eq}) l^2} \right) u_{n+1} - \\ & \frac{G_p D}{(G_p D + G_{eq}) l^4} (u_{n-2} - u_{n+2}) - \frac{G_{eq}(2G_p^2 D^2 + kG_p D^2 l^2) + (EI)_{eq}(2kG_p D^2 + k^2 D^2 l^2)}{(EI)_{eq}(G_p D + G_{eq})^2 l^2} u_n + \\ & \frac{G_{eq} G_p^2 D^2 + kG_p D^2 (EI)_{eq}}{(EI)_{eq}(G_p D + G_{eq})^2 l^2} (u_{n-1} + u_{n+1}) \end{aligned}$$

之后,只需计算式(1)的盾构施工引起的既有隧道位置的土体竖向位移,并代入式(20)中即可获得既有隧道沉降。

### 3 算例验证

#### 3.1 数值模拟对比分析

假设某新建直线盾构隧道下穿既有盾构隧道,

式中:  $E_{(n+1) \times (n+1)}$  ——  $n+1$  阶单位矩阵。

$$w = \{w_0 \quad \cdots \quad w_i \quad \cdots \quad w_n\}_{(n+1) \times 1}^T \quad (24)$$

施工场地存在 4 层土,土体参数如表 1 所示。新建隧道外径为 6.0 m,内径为 5.4 m,轴线处理深为 20 m;盾构机长为 9 m,刀盘直径为 6.28 m;隧道单环管片宽度为 1.5 m,厚度为 0.3 m。既有隧道外径为 6.0 m,内径为 5.4 m,轴线处理深为 10 m,同样采用 1.5 m 环宽管片,由式(11)计算得既有隧道等效抗弯刚度  $(EI)_{eq}$  为  $9.48 \times 10^4 \text{ MN} \cdot \text{m}$ ,由式(13)计

算得  $G_{eq}$  为 3.35 MN/m, 由式 (8) 计算  $k$  为 3 890 kN/m<sup>3</sup>。

表 1 隧道所在土层参数

Tab. 1 Parameters of soil layers in the tunnel location

土层序号	重度/(kN/m <sup>3</sup> )	$E_s$ /MPa	$\nu$	厚度/m
①	20	16.0	0.30	3
②	18	18.0	0.35	15
③	20	37.6	0.27	21
④	21	39.5	0.24	44

本文采用有限元软件 Plaxis 3D 建模进行验证, 使用摩尔-库伦本构模型模拟土体, 同时为了消除边界效应的影响, 土体模型尺寸设置为 200 m × 80 m × 80 m,  $x$  轴方向坐标为 -100 m ~ 100 m,  $y$  轴坐标为 0 ~ 80 m,  $z$  轴坐标为 -77 m ~ 3 m (地下水位为 0 m 以下)。既有隧道长 100 m, 沿  $x$  轴布置, 隧道中心位于 (0, 40, 10) 坐标, 采用板单元模拟隧道 C50 管片衬砌, 并采用负界面模拟既有隧道与土体的紧密相关联, 以满足与土体的变形协调条件。新建隧道沿  $y$  轴方向掘进, 采用板单元模拟盾构机外壳和隧道衬砌, 每环掘进 1.5 m, 采用杀死盾构前方单环土体单元, 等代为盾壳单元与盾尾管片单元, 并激活盾构掌子面压力、盾尾注浆压力、千斤顶压力等过程模拟盾构掘进。既有隧道建立完成后, 新建隧道掘进前对场地位移场进行清零。下穿处既有隧道与新建隧道的净距为 5 m。图 5 为模型网格划分图, 图 6 为新建与既有隧道相对空间位置图。为确保精度, 增加了新建隧道和既有隧道处的网格密度, 共生成 85 059 个单元、122 866 个节点。

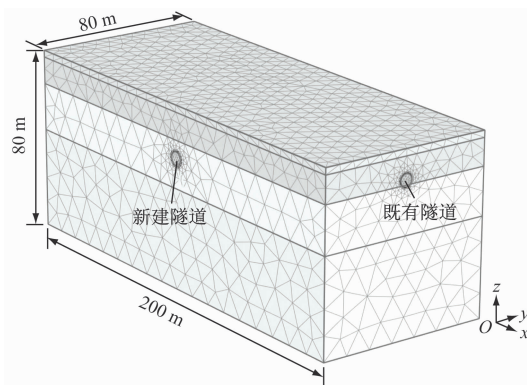


图 5 模型网格划分

Fig. 5 Division of model mesh

由于新建隧道对既有隧道的影响范围有限, 选取既有隧道距在下穿中心坐标  $x$  值为 [-50 m ~

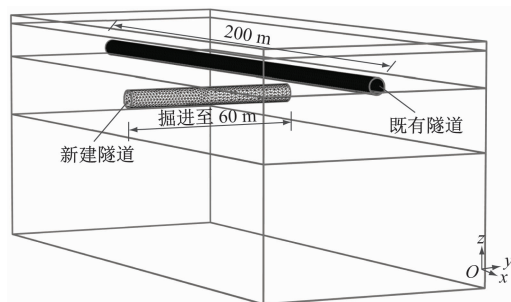


图 6 新建与既有隧道空间相对位置

Fig. 6 Relative position of new and existing tunnels

50 m] 处的沉降值进行分析。将数值模拟计算值与本文基于 Timoshenko 梁模型和 Winkle 地基模型 (以下简称 T-P 模型) 的计算沉降值和基于 Euler-Bernoulli 梁模型和 Winkle 地基模型 (以下简称 EB-W 模型) 的计算沉降值进行对比。

由图 7 可以看出: 三种方法中, 采用 T-P 模型计算得到的既有隧道最大沉降为 -4.152 mm, 数值模拟为 -4.073 mm, 仅相差 1.93%; 而 EB-W 模型计算得到的既有隧道沉降为 -3.62 mm, 相差 11.16%。EB-W 模型计算所得的既有隧道沉降明显小于其余两种方法, 沉降槽宽度也略大于其余两种方法, 主要原因为 EB-W 模型忽略了土体和隧道的剪切效应。T-P 模型由于能够较好地反映土介质的连续性, 其计算结果与数值模拟解的差值总体低于 EB-W 模型, 与数值模拟结果的曲线分布规律也基本一致。

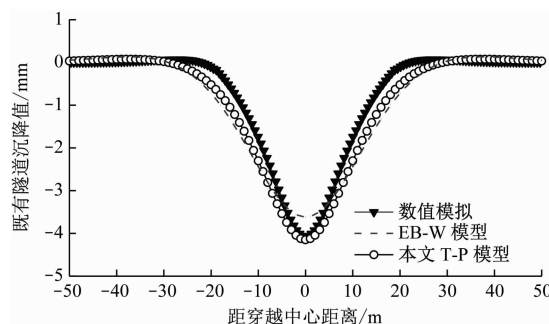


图 7 隧道沉降值的计算结果与数值模拟结果对比

Fig. 7 Comparison of tunnel settlement value between calculated and numerical simulated results

### 3.2 工程实例对比分析

深圳轨道交通 9 号线上梅林站—梅村站区间盾构下穿既有深圳轨道交通 4 号线莲花北站—上梅林站区间隧道<sup>[14]</sup>, 为消除施工顺序带来的影响, 本文对先进行施工的深圳 9 号线右线下穿既有深圳 4 号线右线隧道工程进行分析。9 号线 2015 年开工建

设,采用盾构法修建,隧道外径  $D$  为 6.0 m,内径为 5.4 m。隧道轴线处理深  $H$  约为 20.0 m,掘进地层主要由砾质黏性土组成,泊松比约为 0.3,施工过程中地层损失率  $\varepsilon_0$  为 0.38%。

既有深圳 4 号线隧道与新建 9 号线类似,同样为盾构隧道,外径为 6.0 m、内径为 5.4 m,轴线处理深为 11.5 m,与新建隧道最小净距仅为 2.5 m,所处地层由砾质黏性土和少量砂土组成,土体弹性模量  $E_s$  约为 17.2 MPa。4 号线隧道衬砌管片结构采用 3+2+1 形式构成,环宽  $l_s$  为 1.5 m,厚度  $t$  为 0.3 m。纵、环向螺栓均采用 M24 普通螺栓,每环有 10 枚纵向螺栓、2 枚环向螺栓,封顶块不设置纵向螺栓。由式(7)和式(8)计算得地层剪切参数  $G_p$  为 3.258 MN/m,地基弹簧系数  $k$  为 3.637 MN/m<sup>3</sup>;由式(10)计算得深圳既有 4 号线隧道等效抗弯刚度  $(EI)_{eq}$  为  $5.67 \times 10^4$  MN·m,但由于新建 9 号线下穿施工前对既有隧道进行了管片壁后注浆加固,加强了既有隧道刚度,故采用文献[14]中给出的参数,  $(EI)_{eq}$  为  $10.9 \times 10^4$  MN·m。4 号线隧道等效剪切刚度  $G_{eq}$  由式(13)计算得为 1.86 MN/m。其余计算参数如表 2 所示。

表 2 计算参数

Tab.2 Calculated parameters

$c$	$E/10^4$ MPa	$E_b/10^4$ MPa	$\varphi/(^\circ)$
2.4	3.45	20.6	40

将各参数代入式(20)中,计算本文基于 T-P 模型计算所得的既有隧道沉降,与文献[14]给出的深圳既有 4 号线实测值对比,并与基于 EB-W 模型的计算值对比,如图 8 所示。

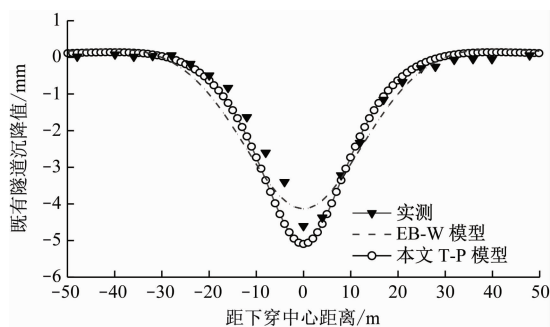


图 8 T-P 模型和 EB-W 模型及实测既有隧道沉降对比

Fig.8 Comparison of existing tunnel settlement value between T-P model and field measurement

由图 8 所示,本文 T-P 模型计算方法与实测数据<sup>[14]</sup>总体上较为吻合,但下穿中心处最大沉降值略

大于实测数据,这主要是由于施工前对深圳既有 4 号线进行了注浆加固,提高了既有隧道抗弯刚度,而本文计算的等效抗弯刚度  $(EI)_{eq}$  并不能完全准确地模拟既有隧道真实抗弯刚度,导致本文计算方法所得的最大沉降值稍大。与图 7 中的对比结果类似,基于 EB-W 模型得到的理论解其最大沉降值小于监测值约 10.05%,沉降槽明显宽于监测值和 T-P 模型理论解。T-P 模型计算方法得到的既有隧道沉降槽宽度更接近实测值分布趋势。

#### 4 基于不同模型的既有隧道管片张开量和错台量的对比

为进一步研究 T-P 模型和 EB-W 模型之间的差异,通过式(12)和式(14)分别计算基于 T-P 模型和 EB-W 模型的既有隧道管片张开量  $\Delta$  和错台量  $\delta_c$ ,参数取值采用上述工程实例参数,计算结果如图 9 和图 10 所示。

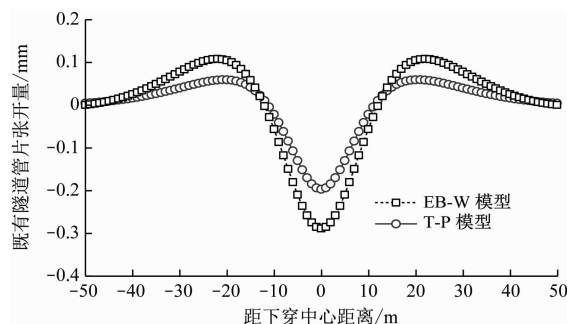


图 9 两种模型计算既有隧道管片张开量对比

Fig.9 Comparison of existing tunnel segment opening amounts calculated by two models

从图 9 中可以看出:T-P 模型计算所得最大张开量  $\Delta$  为 0.197 mm,EB-W 模型计算所得最大张开量  $\Delta$  为 0.289 mm,采用两种模型计算得到的最大隧道管片张开量  $\Delta$  均位于下穿中心,分布趋势基本一致;但基于 EB-W 模型得到的张开量  $\Delta$  总体大于 T-P 模型,最大张开量为 T-P 模型的 1.46 倍。这主要是由于 EB-W 模型无法考虑既有隧道管片环与环之间连接螺栓对隧道整体刚度的削弱作用,以及土体地基弹簧之间的剪切效应,从而高估了既有隧道的应力和张开量。

同样,从图 10 中可以看出:T-P 模型能够计算既有隧道管片错台量  $\delta_c$ ,最大  $\delta_c$  位于既有隧道距下穿中心两侧 6 m 处,数值为 0.259 mm;而 EB-W 模型则忽略了土体和隧道的剪切效应,默认假设土体



和隧道剪切刚度无限大,因此无法计算既有隧道管片的  $\delta_c$ 。

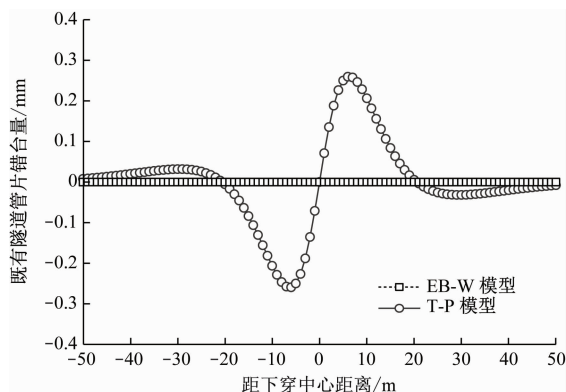


图 10 两种模型计算既有隧道管片错台量对比

Fig. 10 Comparison of existing tunnel segment misalignment amounts calculated by two models

综上所述,对于采用两阶段法计算新建盾构下穿既有隧道的简化计算方法,应采用计算结果与实际更贴近的 T-P 模型进行计算。

## 5 结语

本文采用理论分析法,基于两阶段法和 T-P 模型推导了盾构下穿既有隧道的简化计算方法,得到如下结论:

1) 通过与 Plaxis 3D 有限元软件数值模拟计算结果以及实际案例监测数据进行对比,可知本文基于 T-P 模型的理论解较为符合实际,更适合工程初期快速预估盾构下穿既有隧道的沉降情况。

2) 基于 EB-W 模型的理论解明显小于数值模拟数值解和实际案例监测数据,误差约为 10%;沉降槽宽度则明显宽于数值模拟值和监测值。

3) Euler-Bernoulli 梁模型无法模拟既有隧道管片剪切效应和接缝螺栓对整体的影响,Winkler 地基模型无法考虑土体的剪切效应,忽略了各自介质的连续性,导致基于 EB-W 模型的理论解高估了既有隧道管片的张开量,且无法计算既有隧道管片的错台量。

## 参考文献

- [1] LIN X T, CHEN R P, WU H N, et al. Deformation behaviors of existing tunnels caused by shield tunneling undercrossing with oblique angle[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, 89: 78.
- [2] 付春青, 张功, 张雯超, 等. 盾构法近距离下穿施工对既有盾构隧道的影

(17): 7319.

FU Chunqing, ZHANG Gong, ZHANG Wenchao, et al. The influence of undercrossed shield tunneling on the adjacent tunnels [J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21 (17): 7319.

- [3] GUE C Y, WILCOCK M J, ALHADDAD M M, et al. Tunnelling close beneath an existing tunnel in clay-perpendicular undercrossing[J]. Géotechnique, 2017, 67(9): 795.

- [4] 金大龙, 袁大军, 韦家昕, 等. 小净距隧道群下穿既有运营隧道离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40 (8): 1507.

JIN Dalong, YUAN Dajun, WEI Jiaxin, et al. Centrifugal model test of group tunneling with small spacing beneath existing tunnels [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40 (8): 1507.

- [5] 张治国, 张孟喜. 软土城区土压平衡盾构上下交叠穿越地铁隧道的变形预测及施工控制[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊2): 3428.

ZHANG Zhiguo, ZHANG Mengxi. Deformation prediction and construction control of EPB shield crossing subway tunnel in soft soil city[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 3428.

- [6] 张治国, 师敏之, 张成平, 等. 类矩形盾构隧道开挖引起邻近地下管线变形研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38 (4): 852.

ZHANG Zhiguo, SHI Minzhi, ZHANG Chengping, et al. Research on deformation of adjacent underground pipelines caused by excavation of quasi-rectangular shields[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(4): 852.

- [7] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124 (9): 846.

- [8] VERRUIJT A, BOOKER J R. Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane[J]. Géotechnique, 1998, 48(5): 709.

- [9] LEE K M, ROWE R K, LO K Y. Subsidence owing to tunneling. I. Estimating the gap parameter[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, 29(6): 929.

- [10] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely long Bernoulli-Euler beam on the Pasternak model[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(5): 109.

- [11] VESIC A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, 87 (2): 35.

- [12] 叶飞, 何川, 朱合华, 等. 考虑横向性能的盾构隧道纵向等效刚度分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(12): 1870.

YE Fei, HE Chuan, ZHU Hehua, et al. Longitudinal equivalent rigidity analysis of shield tunnel considering transverse characteristics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(12): 1870.

(下转第 38 页)