

基于滑模控制的虚拟编组列车追踪控制策略^{*}

范礼乾

(中铁第四勘察设计院集团有限公司, 430063, 武汉)

摘要 [目的] 现有的基于移动闭塞的列车控制系统中, 相邻列车之间存在一定的安全裕度, 在面对潮汐客流现象时, 区段的运输效率同区段的实际运力需求无法匹配。虚拟编组列车能够提高线路的运力, 同时能更好地适应不平衡的通勤客流。因此, 需研究适用于虚拟编组列车的高精度追踪控制策略。[方法] 针对虚拟编组列车运行控制问题, 提出了一种基于滑模控制的虚拟编组运行控制策略。建立了列车动力学模型和虚拟编组列车运行控制模型; 设计了非奇异终端滑模控制器, 并对所设计的控制器进行了仿真测试。[结果及结论] 在所提出的虚拟编组控制策略下, 虚拟编组列车的位置跟踪误差和速度跟踪误差能够沿滑模面在有限时间内渐近收敛到零。在仿真验证的4列列车中, 当首列车运行状态发生改变时, 虚拟编组中的其余列车会在很短的时间内跟踪期望的速度轨迹, 验证了所提出的控制策略对虚拟编组列车追踪控制的有效性。

关键词 城市轨道交通; 虚拟编组; 列车运行控制; 滑模控制

中图分类号 U292.4

DOI:10.16037/j.1007-869x.2024.10.057

Virtual Formation Train Tracking Control Strategy Based on Sliding Mode Control

FAN Liqian

(China Railway Siyuan Survey and Design Group Co., Ltd., 430063, Wuhan, China)

Abstract [Objective] In existing train control systems based on moving blocking, there is a significant safety margin between adjacent trains. This leads to a mismatch between the transportation efficiency of a segment and its actual capacity needs, especially during peak passenger flow periods. Virtual formation trains can increase line capacity and better adapt to imbalanced commuter flows. Therefore, it is essential to develop a high-precision tracking control strategy suitable for virtual formation trains. [Method] To address the operational control challenges of virtual formation trains, a tracking control strategy based on sliding mode control is proposed. A train dynamics model and a virtual formation train operation control model

are developed. A non-singular terminal sliding mode controller is designed, its performance is tested through simulations.

[Result & Conclusion] Under the proposed virtual formation train control strategy, both the position and speed tracking errors of the virtual formation trains can asymptotically converge to zero along the sliding mode surface within a finite time. In the simulation verification tests involving four trains, when the operating state of the lead train changes, the other trains in the virtual formation quickly follow the expected speed trajectory, demonstrating the effectiveness of the proposed control strategy for virtual formation train tracking control.

Key words urban rail transit; virtual formation; train operation control; sliding mode control

0 引言

基于移动闭塞的列车控制系统中, 相邻列车之间存在较大的安全裕度^[1]。尤其在面对潮汐客流现象时, 客流量与线路运力无法动态不匹配^[2-3]。随着路网规模的扩大, 客流量不断攀升, 列车运行间隔已达到既有列车运行控制系统的设计极限。研发新的列车运行控制技术, 在保证运行安全的基础上进一步缩短列车运行间隔、提升运营效率已逐渐成为国内外列车运行控制技术发展的核心^[4]。

虚拟编组列车能够在车车通信的条件下, 使编组中的列车不再需要物理车钩连接就能像机械耦合车辆一样以极小的追踪间隔运行^[5]。在虚拟编组列车中, 列车之间的运行间隔相对于移动闭塞下的显著减小, 能够显著提高线路的运力, 实现车流与客流的动态匹配^[6]。目前, 虚拟编组运行控制技术是列车运行控制技术研究的重点之一^[7]。在众多控制策略中, 滑模控制在提高控制精度、处理模型不确定性和增强对外部干扰的鲁棒性等方面具有良好的特性, 适用于虚拟编组列车的高精度追踪控制^[8]。

^{*} 中铁第四勘察设计院集团有限公司科技研发课题(KJ2023005Z)

本文针对虚拟编组列车运行控制问题,提出了一种基于滑模控制的虚拟编组列车运行控制策略,所提出的控制策略可以保证虚拟编组中的列车以相同的间隔和速度运行。

1 列车动力学模型

列车的牵引控制系统和制动控制系统通过反馈调节实现对目标列车的速度控制。列车的纵向动力学模型可用以下公式表示:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ \ddot{x}_i m_i = u_i - f_u - f_v \end{cases} \quad (1)$$

式中:

v_i ——列车速度;

m_i ——列车总质量;

\dot{x}_i ——列车位置对时间的一阶导数;

\ddot{x}_i ——列车位置对时间的二阶导数;

u_i ——纵向控制力;

f_u ——运行阻力;

f_v ——坡道阻力。

根据 Davis 方程可以得到运行阻力计算公式为:

$$f_u = c_0 + c_1 \dot{x}_i + c_2 \ddot{x}_i^2 \quad (2)$$

式中:

c_0, c_1, c_2 ——Davis 方程系数。

c_0, c_1 和 c_2 的值可以通过实际的风洞试验测试得到。当列车上坡时,沿坡道的重力对列车起到一种阻力作用,称为坡道阻力。设 φ 表示坡道的坡度, g 表示重力指数,则坡道阻力计算公式为:

$$f_v = m_i g \sin \varphi \quad (3)$$

根据式(1)一式(3),列车的纵向动力学模型可以表示为:

$$\ddot{x}_i m_i + c_0 + c_1 \dot{x}_i + c_2 \ddot{x}_i^2 = u_i - m_i g \sin \varphi \quad (4)$$

在实际列车运行中,列车总质量 m_i 和 Davis 方程中系数 c_0, c_1, c_2 是不可能非常精确地被测量出来的。并且由于各种原因,这些参数可能在一定的范围内变化。一方面,列车总质量随着列车实际载客量的不同而变化;另一方面, Davis 方程中的系数 c_0, c_1, c_2 主要由所受的滚动机械阻力和空气阻力决定,受环境影响大。定义参数误差 $d = -\ddot{x}_i \bar{m}_i - \bar{c}_0 - \bar{c}_1 \dot{x}_i - \bar{c}_2 \ddot{x}_i^2 - \bar{m}_i g \sin \varphi$, 因此列车的纵向动力学模型可以表示为:

$$\ddot{x}_i m_i + c_0 + c_1 \dot{x}_i + c_2 \ddot{x}_i^2 = u_i - m_i g \sin \varphi + w(t) + d(t) \quad (5)$$

式中:

\bar{m}_i ——列车总质量误差;

$\bar{c}_0, \bar{c}_1, \bar{c}_2$ ——Davis 方程各系数的误差;

t ——列车运行时间;

$w(t)$ ——外部干扰。

在式(5)中,不确定项 $d(t)$ 主要受 \dot{x}_i, \ddot{x}_i 和 Davis 方程系数不确定性的影响。另外, Davis 方程的系数会分别受线路限速、牵引力和环境变化的约束。因此,认为 $d(t)$ 和 $w(t)$ 在实际中是有界参数的假设是合理的,也就意味着下列的不等式是成立的:

$$|w(t)| \leq G_w < \infty, |d(t)| \leq G_d < \infty \quad (6)$$

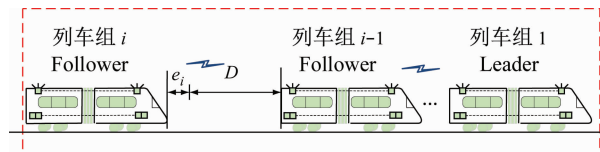
式中:

G_w —— $w(t)$ 的上界;

G_d —— $d(t)$ 的上界。

2 虚拟编组列车运行控制模型

在虚拟编组的保持阶段,虚拟编组中的列车以相同的速度运行,同时保持较小的运行间隔。虚拟编组保持阶段示意图如图 1 所示。



注: e_i ——列车 i 与列车 $i-1$ 的位置跟踪误差; D ——列车 i 与列车 $i-1$ 的期望运行间隔。

图 1 虚拟编组示意图

Fig. 1 Diagram of virtual train formation

动态调整相邻列车之间的跟踪间隔,可提高列车运行的安全性和线路的运营效率。具体而言,虚拟编组中的列车 $i-1$ 和列车 i 之间的纵向间隔可以表示为:

$$e_i = x_{i-1} - x_i - D, i = 2, \dots, n \quad (7)$$

式中:

n ——虚拟编组中列车的总数。

为了实现虚拟编组的编队控制,需要动态调整虚拟编组中列车 i 与其前一列车 $i-1$ 之间的位置跟踪误差 e_i 。取 e_i 的一阶时间导数可得:

$$\dot{e}_i = v_{i-1} - v_i \quad (8)$$

对列车位置跟踪误差求二阶时间导数,并且将列车动力学方程代入其中可得:

$$\ddot{e}_{i,i-1} = \dot{v}_{i-1} - \dot{v}_i = \dot{v}_{i-1} - \frac{u_i}{m_i} + g \sin \varphi + \frac{c_2}{m_i} v_i^2 + \frac{c_1}{m_i} v_i + \frac{c_0}{m_i} - \frac{d(t) + w(t)}{m_i} \quad (9)$$

3 非奇异终端滑模控制器设计

对列车 i 的滑模控制器进行设计,为了保证列车位置跟踪误差的终端收敛,定义非奇异终端滑模面为:

$$s_i = e_i + \frac{1}{\beta_i} \dot{e}_i^{b/a_i} \quad (10)$$

式中:

s_i ——非奇异终端滑模面;

β_i, a_i, b_i ——滑模面设计参数。

$\beta_i > 0$ 且为常数, a_i, b_i 满足 $1 < b_i/a_i < 2$, 且为正奇数。

滑模变结构控制的目的是迫使系统状态运动到滑模面 $s_i = 0$, 然后沿着滑模面移动到原点。计算式(10)中定义的滑模面的一阶时间导数,再结合式(9)可得:

$$\dot{s}_i = \dot{e}_i + \frac{b_i}{\beta_i a_i} \dot{e}_i^{b/a_i-1} \left(\dot{v}_{i-1} - \frac{u_i}{m_i} + g \sin \varphi + \frac{c_2}{m_i} v_i^2 + \frac{c_1}{m_i} v_i + \frac{c_0}{m_i} - \frac{d(t) + w(t)}{m_i} \right) \quad (11)$$

为了减小抖动问题带来的影响,保证控制力的连续性,本文引入带有负指数因子的吸引子,并且选取的滑模趋近率为:

$$\dot{s}_i = -(j_i s_i + k_i s_i^{\alpha/\xi_i}) \dot{e}_i^{b/a_i-1} \quad (12)$$

式中:

j_i, k_i, ξ_i ——趋近率参数。

$j_i > 0, k_i > 0$ 且都为常数, ξ_i 满足 $0 < \alpha/\xi_i < 1$ 且为正奇数。

在式(10)和式(12)的设计基础上,给出虚拟编组保持阶段控制策略设计的主要过程:对于式(5)中的列车动力学方程,根据非奇异终端滑模控制率为虚拟编组中的列车设计控制策略:

$$u_1 = c_0 + c_1 v_i + c_2 v_i^2 + m_i g \sin \varphi,$$

$$u_2 = \frac{\beta_i a_i m_i}{b_i} \dot{e}_i^{2-b/a_i},$$

$$u_3 = \frac{\beta_i a_i m_i}{b_i} (j_i s_i + k_i s_i^{\alpha/\xi_i}),$$

$$u_4 = (G_w + G_d) \text{sign}(s_i) + m_i \dot{v}_{i-1},$$

$$u_i = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \quad (13)$$

式中:

u_1, u_2, u_3, u_4 ——1~4 列列车的纵向接引力。

$\beta_i > 0, j_i > 0, k_i > 0$ 且都为常数, α, ξ_i, a_i, b_i 为满足 $0 < \alpha/\xi_i < 1$ 和 $1 < b_i/a_i < 2$ 的正奇数。则式(7)表示的位置跟踪误差和式(8)表示的速度跟踪误差在任何初始条件下都能满足非奇异终端滑模面式(10)要求。以下给出证明:

定义 Lyapunov 函数为 $V_i = m_i s_i^2/2$, 则 V_i 的一阶时间导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= m_i s_i \dot{s}_i = m_i s_i \dot{e}_i + \\ &m_i s_i \frac{b_i}{\beta_i a_i} \dot{e}_i^{b/a_i-1} \left(\dot{v}_{i-1} - \frac{u_i}{m_i} + g \sin \varphi + \frac{c_0}{m_i} + \right. \\ &\left. \frac{c_1}{m_i} v_i + \frac{c_2}{m_i} v_i^2 - \frac{d(t) + w(t)}{m_i} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

将滑模控制率代入式(14)中,可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= m_i s_i \dot{s}_i = -(j_i s_i^2 + k_i s_i^{\alpha/\xi_i+1}) \dot{e}_i^{b/a_i-1} - \\ &s_i \frac{b_i}{\beta_i a_i} \dot{e}_i^{b/a_i-1} [(G_w + G_d) \text{sign}(s_i) + \\ &d(t) + w(t)] \end{aligned} \quad (15)$$

因为 a_i 和 b_i 是正的奇数,且满足 $1 < b_i/a_i < 2$, 所以对于 $\dot{e}_i \neq 0, \dot{e}_i^{b/a_i-1} > 0$ 成立。令 $\phi(\dot{e}_i) = \dot{e}_i^{b/a_i-1}$, 如果 $\dot{e}_i \neq 0$, 则 Lyapunov 函数的一阶导数满足下列不等式:

$$\dot{V}_i \leq -(j_i s_i^2 + k_i s_i^{\alpha/\xi_i+1}) \dot{e}_i^{b/a_i-1} < 0 \quad (16)$$

将控制率式(11)代入到位置误差的二阶导数式(9)中,可以得到:

$$\begin{aligned} \ddot{e}_i &= -\frac{\beta_i a_i}{b_i} \dot{e}_i^{2-b/a_i} - \frac{\beta_i a_i}{b_i} (j_i s_i + k_i s_i^{\alpha/\xi_i}) - \\ &\frac{d(t) + w(t)}{m_i} - \frac{G_w + G_d}{m_i} \text{sign}(s_i) \end{aligned} \quad (17)$$

在 $\dot{e}_i = 0$ 的条件下,当 $s_i > 0$ 时, $e_i > 0$ 成立,则下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \ddot{e}_i &= -\frac{\beta_i a_i}{b_i} (j_i e_i + k_i e_i^{\alpha/\xi_i}) - \frac{d(t) + w(t)}{m_i} - \\ &\frac{G_w + G_d}{m_i} \text{sign}(e_i) < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

定义系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 在区域 $s_i > 0$ 内,与 $\dot{e}_i = 0$ 的交点为 $(e'_i, 0)$ 。根据连续函数的保号性质可知,存在一个正数 λ 和一个包含 e'_i 的区域 $U_\lambda(s_i)$, 使得对于区域 $U_\lambda(s_i)$ 内的所有系统状态都满足不等式

$\ddot{e}_i \leq -\lambda$ 。类似地,当系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 在区域 $s_i < 0$ 内时, $\ddot{e}_i \geq \lambda$ 成立。因此从上面的分析可以得出,区域 $U = \{(e_i, \dot{e}_i) | \dot{e}_i = 0\}$ 不是一个吸引子。

接下来假设系统初始状态 (e_{i0}, \dot{e}_{i0}) 在区域 $s_i > 0$ 中,并且满足 $\phi(\dot{e}_{i0}) > 0$,则系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 做滑动模态运动。一旦系统的状态进入滑动模态区 $U_\lambda(s_i)$ 内,不等式 $\ddot{e}_i \leq -\lambda$ 使得在滑动模态区存在一个正数 ε ,使系统状态从 $\dot{e}_i = \varepsilon$ 到 $\dot{e}_i = -\varepsilon$ 。另外,假设系统状态分别以有限时间 t_{\max} 到达 $\dot{e}_i = \varepsilon$ 和 t_{\min} 到达 $\dot{e}_i = -\varepsilon$ 。由于系统状态在当前时刻仍处于滑动模态区域 $U_\lambda(s_i)$,因此存在 $\ddot{e}_i \leq -\lambda$,意味着下列的两个不等式成立:

$$\int_{t_{\max}}^{t_{\min}} \ddot{e}_i dt \leq \int_{\varepsilon}^{-\varepsilon} -\lambda dt, \quad t_{\max} - t_{\min} \leq 2\varepsilon/\lambda \quad (19)$$

此外,还有 $|\dot{e}_{i,i-1}| \geq \varepsilon$ 成立,并且系统还满足:

$$\dot{V}_i \leq -m_i(j_i s_i^2 + k_i s_i^{\alpha/\xi_i+1})\phi(\dot{e}_i) < 0 \quad (20)$$

综上所述,系统能在有限时间 t_e 时,系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 能够到达滑模面 $s_i = 0$ 。考虑到区域 $U = \{(e_i, \dot{e}_i) | \dot{e}_i = 0\}$ 不是一个吸引子,当系统状态满足 $\phi(\dot{e}_i^0) = 0$ 时,系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 将在有限时间内离开区域 U ,并且回到 $\phi(\dot{e}_{i0}) > 0$ 的状态。按照当系统的初始状态在滑模面 $s_i < 0$ 时,分析过程与上述类似,这里不再赘述。因此可以得出结论,系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 可在有限时间达到滑模面 $s_i = 0$ 。

最后,当系统状态 (e_i, \dot{e}_i) 达到滑模面 $s_i = 0$ 时,则系统状态满足方程:

$$e_i + \frac{1}{\beta_i} \dot{e}_i^{b_i/a_i} = 0 \quad (21)$$

式(21)的解可以等价表示为:

$$t_f = t_e + \frac{b_i}{b_i - a_i} \beta_i^{-a_i/b_i} [e_i(t_e)]^{1-a_i/b_i} \quad (22)$$

式中:

t_f ——收敛到吸引子的时间。

这表明收敛到吸引子的时间是一个有限的值。

因此,在所提出的虚拟编组控制策略下,虚拟编组列车系统的位置跟踪误差和速度跟踪误差沿滑模面 $s_i = 0$ 在有限时间内渐近收敛到零。

4 仿真测试

假设虚拟编组中包含4列列车,列车参数设置如表1所示。

虚拟编组中包含4列列车,虚拟编组中的列车

表1 虚拟编组列车参数

Tab. 1 Virtual formation train parameters

参数	取值
m_i/kg	5.00×10^5
$c_0/(\text{N/kg})$	5.88×10^3
$c_1/(\text{Ns}/(\text{m} \cdot \text{kg}))$	3.88×10^2
$c_2/(\text{Ns}^2/(\text{m}^2 \cdot \text{kg}))$	8.00
$g/(\text{N/kg})$	9.80

在Leader-Follower模式下运行。其中,虚拟编组中的第一列列车被选为Leader,其他列车被选为Follower。列车运行的采样间隔 T 设定为0.01 s,期望运行间隔 D 设置为80 m。

在此种情况下,假设列车参数和外部干扰的上界是已知的。使用本文中提出的控制律设计控制器。虚拟编组中不同列车的速度曲线如图2所示。

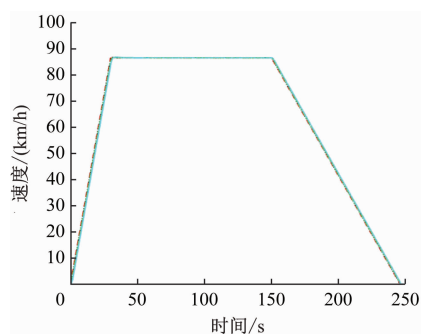


图2 虚拟编组列车速度轨迹

Fig. 2 Speed trajectories of virtual formation trains

从图2中可以很容易地注意到,虚拟编组列车首先加速到巡航速度。然后,列车以86 km/h的恒定速度运行约120 s。在这之后,虚拟编组列车开始减速运行,直到到达下一车站。在虚拟编组列车的整个运行过程中,当列车1运行模式发生改变时,虚拟编组中的列车2、列车3、列车4会在很短的时间内跟踪期望的速度轨迹。这表明在本文所提出的控制策略下,速度跟踪误差收敛到零。

进一步分析列车的位置跟踪误差,图3为相邻列车之间的位置跟踪误差。在初始状态下,相邻列车之间的实际位置间隔保持为期望运行间隔安全裕度 D 。当虚拟编组中的列车1开始加速时,随后的列车2、列车3、列车4才逐渐开始加速。在所提出的虚拟编组控制策略下,动态调整后续列车2、列车3、列车4的加速度,并动态补偿位置跟踪误差,使虚拟编组中的列车以期间隔追踪运行。

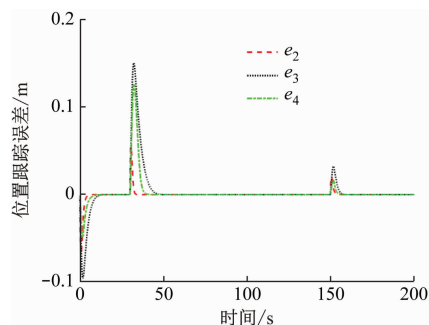


图3 虚拟编组列车位置跟踪误差

Fig. 3 Position tracking error of virtual formation trains

5 结语

本文针对虚拟编组列车的追踪控制问题,考虑了未知参数和外部干扰对列车精确追踪的影响,提出了滑模面、滑模趋近律以及非奇异终端滑模控制器的设计。仿真结果表明,在该策略作用下,列车的位置跟踪误差和速度跟踪误差均能按照预期达到设计的滑模面,且接近收敛到平衡点,验证了该策略的有效性。

参考文献

- [1] SHI J, YANG L, YANG J, et al. Service-oriented train timetabling with collaborative passenger flow control on an oversaturated metro line: an integer linear optimization approach[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 110: 26.
- [2] LI S, LIU R, GAO Z, et al. Integrated train dwell time regulation and train speed profile generation for automatic train operations on high-density metro lines: a distributed optimal control method[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2021, 148: 82.
- [3] GAO S, DONG H, NING B, et al. Cooperative prescribed performance tracking control for multiple high-speed trains in moving block signaling system[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(7): 2740.
- [4] 贾利民, 秦勇, 王莉. 轨道交通科技发展的方向与任务[J]. 北京交通大学学报, 2016, 40(4): 25.
JIA Limin, QIN Yong, WANG Li. Scientific and technological innovation of rail transportation: trends and tasks[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2016, 40(4): 25.
- [5] FELEZ J, KIM Y, BORRELLI F. A model predictive control approach for virtual coupling in railways[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(7): 2728.
- [6] QUAGLIETTA E, WANG M, GOVERDE R M P. A multi-state train-following model for the analysis of virtual coupling railway operations[J]. Journal of Rail Transport Planning & Management, 2020, 15: 100195.
- [7] 宋涛. 通过限速区段的编队列车协同运行控制方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2020.
SONG Tao. Research on coordinated operation control method of formation trains passing through speed limit section[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020.
- [8] PANDEY S K, PATIL S L, PHADKE S B. Regulation of nonminimum phase DC-DC converters using integral sliding mode control combined with a disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2017, 65(11): 1649.

· 收稿日期:2024-04-24 修回日期:2024-06-10 出版日期:2024-10-10
Received:2024-04-24 Revised:2024-06-10 Published:2024-10-10
· 通信作者:范礼乾,高级工程师,fanliqian@crfsdi.com
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

敬请关注《城市轨道交通研究》微信视频号

《城市轨道交通研究》微信视频号聚焦轨道交通行业内的热点问题、焦点问题,以及新技术、新成果,邀请相关专业领域内的专家学者及高级管理人员以视频方式解读和评述,是您及时获知行业资讯、深度了解轨道交通各专业领域的最佳平台。您还可以通过该平台查阅往期论文、查询稿件进度、开具论文录用通知书。敬请关注。

