

# 轨道减振措施对高架线车致环境振动影响分析<sup>\*</sup>

杨 林 房 斌 牛晓莉 袁德浩

(青岛地铁集团有限公司, 266035, 青岛)

**摘 要** [目的] 列车在高架桥轨道运行时, 由车辆-轨道相互作用引起的钢轨振动会通过轨道结构传递至桥梁、桥墩、桩基础, 进而引发桥梁周围的地面振动。因此, 有必要对高架段轨下减振和道床减振对高架轨道交通环境振动的影响进行研究。[方法] 基于车辆-轨道多体动力学理论和有限元方法, 建立车辆-轨道-U 型梁桥-土体振动模型, 求解轨道交通车辆经过时高架桥附近地面源强的振动响应。[结果及结论] 高架段地面源强处的垂向振动频率峰值频段分布在 40 ~ 60 Hz。减振扣件、梯形轨枕、减振垫浮置板及钢弹簧浮置板均对地面源强振动有降低效果, 其贡献主要体现在振动频率为 25 ~ 100 Hz 范围。采用减振扣件、梯形轨枕、减振垫浮置板和钢弹簧浮置板条件下, 当振动频率为 40 ~ 50 Hz 时, 地面源强振动加速度级分别降低了约 4.2 ~ 4.4 dB、6.5 ~ 6.9 dB、7.8 ~ 8.1 dB 和 10.0 ~ 10.7 dB。当扣件刚度  $\leq 15$  kN/mm 时, 钢轨垂向位移和垂向加速度峰值明显增大。当扣件刚度由 60 kN/mm 减小至 10 kN/mm 时, 钢轨垂向位移和垂向加速度峰值分别增加了约 5 倍和 18.26%, 在振动频率为 40 ~ 50 Hz 的峰值频段, 地面源强处的垂向振动加速度级降低了约 4.5 ~ 4.9 dB。

**关键词** 轨道交通; 高架桥; 减振措施

**中图分类号** U231.94

**DOI:**10.16037/j.1007-869x.2024.12.013

## Effect Analysis of Track Vibration Reduction Measures on Viaduct Environmental Vibration Induced by Vehicle Operation

YANG Lin, FANG Bin, NIU Xiaoli, YUAN Dehao  
(Qingdao Metro Group Co., Ltd., 266035, Qingdao, China)

**Abstract** [Objective] When a train running on the viaduct track, the rail vibration caused by the vehicle-track interaction will be transmitted to the bridge, piers, and pile foundations through the track structure, thereby triggering ground vibration around the bridge. Therefore, it is necessary to study the impact of elevated section rail and track bed vibration reduction on the environment for elevated rail transit. [Method] Based on the vehicle-track multi-body dynamics theory and the finite element method, a vehicle-track-U beam bridge-soil vibration

model is established to solve the vibration response of the ground source intensity near the viaduct when rail transit vehicles passing through. [Result & Conclusion] The peak frequency band of the ground source intensity vertical vibration frequency for elevated section is distributed in 40 ~ 60 Hz. Vibration-damping fasteners, trapezoidal sleepers, vibration-damping pad floating plates and steel spring floating plates all have a reduction effect on the ground source intensity vibration, and their contribution is mainly reflected in the vibration frequency range of 25 ~ 100 Hz. Under the conditions of using vibration-damping fasteners, trapezoidal sleepers, vibration-damping pad floating plates, and steel spring floating plates, when the vibration frequency is 40 ~ 50 Hz, the ground source intensity vibration acceleration levels are reduced by about 4.2 ~ 4.4 dB, 6.5 ~ 6.9 dB, 7.8 ~ 8.1 dB and 10.0 ~ 10.7 dB respectively. When the fastener stiffness is  $\leq 15$  kN/mm, the rail vertical displacement and vertical acceleration peak value increase significantly. When the fastener stiffness decreases from 60 kN/mm to 10 kN/mm, the rail vertical displacement and acceleration peak value increase by about 5 times and 18.26% respectively. In the peak frequency band of 40 ~ 50 Hz, the vertical vibration acceleration level at the ground source intensity decreases by about 4.5 ~ 4.9 dB.

**Key words** rail transit; viaduct; vibration reduction measure

列车在高架桥轨道运行时, 在轮轨接触、轨道几何及弹性不平顺、桥梁形式等因素的影响下, 车辆-轨道会由于相互作用引起钢轨振动, 这种振动会通过轨道结构传递至桥梁、桥墩、桩基础, 进而引发桥梁周围地面的振动。已有文献针对高架轨道交通的车致地面振动问题开展研究。在理论研究方面: 文献[1]建立了列车-轨道-桥梁耦合系统动力有限元模型, 分析了大地振动响应; 文献[2]基于多体动力学与有限元法, 研究了箱型梁及 U 型梁的振动特征, 分析了扣件、板下弹性支承与桥梁支座参数等对箱型梁的振动影响。在现场实测研究方面: 文

<sup>\*</sup> 青岛地铁环境减振降噪综合技术研究项目 (M8-ZX-2021-036); 山东省重大科技创新工程项目 (2019JZZY010427)

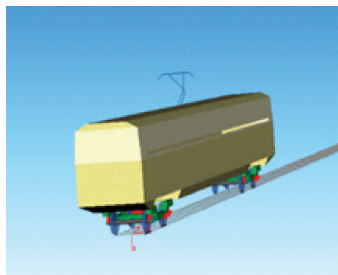
献[3]通过现场实测研究高架轨道交通列车运行速度、曲线半径与振动源强之间的关系;文献[4]研究了高铁高架线路振动源强与地质条件之间的关系。由此可见,现有研究大多从车辆与桥梁相互作用、线路及地质土层条件等方面分析高架线路的环境振动影响,对轨道减振措施与高架轨道交通车致环境振动的研究尚不全面,轨下减振和道床减振对高架轨道交通环境振动的影响尚缺少理论分析。

本文建立了车辆-轨道-U型梁桥-土体三维空间振动模型(以下简称“车-轨-桥-土体模型”),结合现场实测,分析桥上、轨下和道床下的减振措施对高架桥振动传递特征及地面振动源强的影响。本文研究可为高架轨道交通减振措施的评价提供参考。

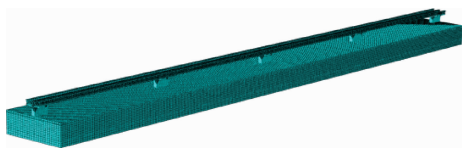
## 1 理论模型

### 1.1 车-轨-桥-土体模型

建立车-轨-桥-土体模型,该模型由两个子模型组成,分别为车辆-轨道多体动力学子模型及轨道-U型梁桥-土体系统振动子模型。车-轨-桥-土体动力学模型如图1所示。车辆为地铁B型车,转向架和轮对之间通过带有一系弹簧-阻尼的轴箱连接,车体和转向架之间通过二系弹簧-阻尼连接,其中:一系弹簧和二系弹簧为线性弹簧;阻尼为黏滞阻尼。轨道部件由60 kg/m钢轨、扣件和轨道板组成。钢轨为弹性支承梁,横截面为60 kg/m标准廓形,且沿长度方向均匀一致,线路为直线。



a) 车辆-轨道



b) 轨道-U型梁桥-土体

图1 车-轨-桥-土体动力学模型

Fig. 1 Vehicle-track-bridge-soil dynamics model

在车辆-轨道多体动力学子模型中,车体、转向架为刚体,轮对、钢轨均为柔性体,B型车主要参数

如表1所示。对土层进行分层建模,土层高度取为33 m,共划分为4个土层。模型宽度为沿垂直于行车方向距桥墩中心线两侧各50 m,模型长度沿线路纵向取1 000 m,共包括5个桥墩。整个模型采用实体单元模拟,桩基与周围土层之间协同变形,采用绑定约束。

表1 B型车主要参数

Tab. 1 Main parameters of B-type car

参数	取值
车辆定距/m	12.6
一系悬挂横向距/m	1.93
二系悬挂横向距/m	1.85
车体质量/kg	21 920
构架质量/kg	2 550
轮对质量/kg	1 420
轴重/t	14
车体侧滚转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	14 890
车体点头转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	617 310
车体摇头转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	617 310
一系横向弹簧刚度/(N/m)	10.400 × 10 <sup>6</sup>
一系垂向弹簧刚度/(N/m)	1.700 × 10 <sup>6</sup>
二系横向弹簧刚度/(N/m)	0.130 × 10 <sup>6</sup>
二系垂向弹簧刚度/(N/m)	0.275 × 10 <sup>6</sup>

将由车辆-轨道多体动力学子模型计算得到的轮轨力,施加于轨道-U型梁桥-土体系统振动子模型,通过计算获得高架桥的环境振动响应。

### 1.2 模型参数

基于车-轨-桥-土体模型计算高架桥附近地面(距离桥梁中心线7.5 m处)源强的振动响应,通过改变轨下和道床下的结构刚度来模拟不同的扣件和道床垫减振措施。不同轨道减振措施示意图如图2所示。轨道、桥梁结构、轨道减振构件参数如表2所示。

模拟中的轨道几何不平顺激励选取德国低干扰轨道谱,相应的密度函数 $S_v(\Omega)$ 可以表示为:

$$S_v(\Omega) = \frac{A_v \Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_r^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \quad (1)$$

式中:

$A_v$ ——粗糙度系数,本文取为 $4.032 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{rad/m}$ ;

$\Omega$ ——圆频率;

$\Omega_c, \Omega_r$ ——截断圆频率,分别取为 $0.824 6 \text{ rad/m}$ 和 $0.020 6 \text{ rad/m}$ 。

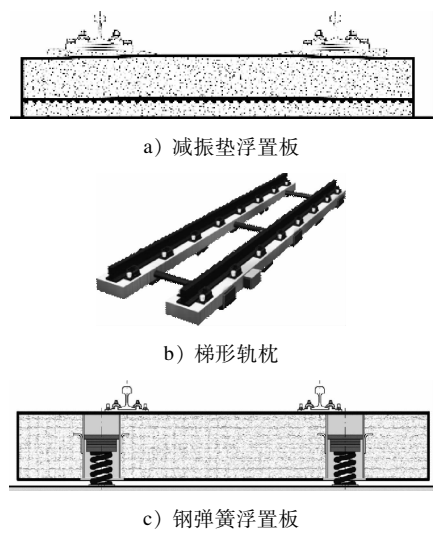


图 2 不同轨道减振措施示意图

Fig. 2 Schematic diagram of different track vibration reduction measures

表 2 轨道、桥梁结构和轨道减振措施参数

Tab. 2 Parameters of track, bridge structure and track vibration reduction measures

参数	取值及型号
钢轨密度/(kg/m <sup>3</sup> )	7 850
钢轨弹性模量/GPa	210
钢轨泊松比	0.3
扣件竖向刚度/(kN/mm)	60
扣件竖向阻尼/(kN/(m/s))	47
轨道板密度/(kg/m <sup>3</sup> )	2 500
轨道板弹性模量/GPa	36
轨道板泊松比	0.2
梯形轨枕密度/(kg/m <sup>3</sup> )	2 500
梯形轨枕弹性模量/GPa	35
梯形轨枕泊松比	0.2
U 型梁桥密度/(kg/m <sup>3</sup> )	2 500
U 型梁桥弹性模量/GPa	35
U 型梁桥泊松比	0.2
支座竖向刚度/(kN/mm)	4 500
支座竖向阻尼/(kN/(m/s))	2 000
普通扣件竖向刚度/(kN/mm)	30、60
普通扣件竖向阻尼/(kN/(m/s))	47
普通扣件阻尼系数	0.2
减振扣件竖向刚度/(kN/mm)	10、15、20
减振扣件阻尼系数	0.2
梯形轨枕竖向刚度/(kN/mm)	6.67
梯形轨枕竖向阻尼/(kN/(m/s))	$\frac{1}{3} \times 10^4$
减振垫浮置板道床竖向静刚度/(N/mm)	0.018
减振垫浮置板道床阻尼系数	0.1
钢弹簧浮置板道床竖向刚度/(N/m)	$6 \times 10^6$
钢弹簧浮置板道床竖向阻尼/(kN/(m/s))	$1 \times 10^4$

## 2 模型验证

现场验证选择在某轨道交通 U 型梁桥直线段, 列车为 4 节编组 B 型车, 通过测试断面的列车运行速度为 60 km/h。轨道由标准 60 kg/m 钢轨、普通扣件和整体道床组成。在测试断面处, 分别在钢轨和地面源强处布置垂向加速度传感器, 现场测点布置照片如图 3 所示。传感器和测试仪在试验前均经过标定, 以确保测试数据的准确性。



a) 钢轨测点



b) 地面源强测点

图 3 现场测点布置照片

Fig. 3 On-site measurement point layout photos

列车通过上述测试断面时, 钢轨垂向振动响应时间约为 15 s, 其中出现周期性峰值的时间范围约为 4 s。地面垂直加速度时程出现周期性波动峰值, 远离桥墩方向的振动逐渐衰减, 地面源强处的垂向加速度约为  $0.010 \text{ m/s}^2$ , 距桥墩 15 m 处的垂向加速度约为  $0.002 \text{ m/s}^2$ 。

目前, 常用振动加速度级来评价振动的大小<sup>[5]</sup>, 本文采用地面垂向加速度振级来评价振动大小, 垂向振动加速度级  $S_{\text{VAL}}$  可以表示为:

$$S_{\text{VAL}} = 20 \lg(a_{\text{rms}}/a_{\text{ref}}) \quad (2)$$

式中:

$a_{\text{rms}}$ ——相应测点加速度有效值, 单位  $\text{m/s}^2$ ;

$a_{\text{ref}}$ ——基准加速度, 取为  $10^{-6} \text{ m/s}^2$ 。

结合式 (2) 的计算结果, 按 GB 10071—1988 《城市区域环境振动测量方法》规定的全身振动 Z



计权因子修正,可得到  $Z$  计权之后的振动加速度级  $S_{VAL,Z}$ 。

文献[6]的研究结果表明,钢轨的振动频率主要分布在大于 200 Hz 的高频范围;文献[7]的研究结果表明,高架车致地面振动频率主要分布在 20 ~ 100 Hz,因此,绘制上述频率范围内数值模拟和实测所得的钢轨垂向振动加速度级。钢轨和地面源强垂向振动加速度级对比如图 4 所示,其中,实测数据为现场 20 趟车次引起的钢轨加速度级平均值。

由图 4 a) 可知:当振动频率为 200 ~ 1 000 Hz 时,数值模拟和实测所得的钢轨垂向振动加速度级数值基本接近;当振动频率为 500 Hz 时,数值模拟和现场实测所得的钢轨垂向加速度级分别为 140 dB 和 135 dB,相对误差为 3.7%;当振动频率为 800 Hz 时,数值模拟和现场实测所得的钢轨垂向加速度级分别为 127 dB 和 131 dB,相对误差为 3.4%。由图 4 b) 可知:当振动频率为 25 ~ 100 Hz 时,数值模拟和实测所得的地面源强处  $Z$  计权后垂向振动加速度级  $S_{VAL,Z}$  数值基本接近;当振动频率为 40 Hz 时,数值模拟和现场实测所得的地面源强处垂向加

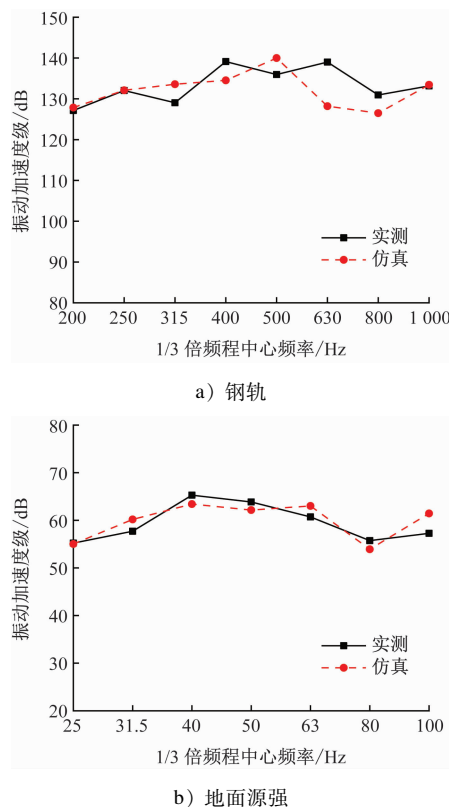


图 4 钢轨和地面源强垂向振动加速度级对比

Fig. 4 Comparison of vertical vibration acceleration levels between steel rail and ground source intensity

速度级分别为 63.4 dB 和 65.3 dB,相对误差为 2.9%;当振动频率为 50 Hz 时,数值模拟和现场实测所得的地面源强处垂向加速度级分别为 63.2 dB 和 60.7 dB,相对误差为 4.1%。由此可知,所提模型具备一定的准确性,可用于后续计算分析。

### 3 轨道结构减振措施对比分析

#### 3.1 轨道不同部件的减振措施

设置减振扣件、梯形轨枕、减振垫浮置板、钢弹簧浮置板和普通道床(无减振措施)5 种工况,在数值模拟后提取模型中地面源强对应位置的垂向振动加速度级,通过式(2)计算  $S_{VAL}$  并对不同减振措施下的减振效果。不同减振措施下,地面源强垂向振动加速度级对比如图 5 所示。不同减振措施下,地面源强处的垂向振动加速度级,如表 3 所示。

由图 5 和表 3 可知:5 种工况下地面源强振动响应在各频段的分布大致相同,振动峰值频率为 40 ~ 60 Hz;相较于采取轨道减振措施的地面源强垂向振动加速度级,未采取轨道减振措施的地面源强处垂向振动加速度级较大;当振动频率为 25 ~ 100 Hz 时,相较于未采取轨道减振措施,采取了轨道减振措施的地面源强处垂向振动加速度级有较为明显的降低;钢弹簧浮置板减振效果最好,其次是减振垫浮置板、梯形轨枕和减振扣件,这些减振措施均对振动频率为 25 ~ 100 Hz 频段的地面源强振动加速度级有降低效果;采用减振扣件时,地面源强处垂向振动加速度级降低了约 2.6 ~ 4.4 dB,其中,在振动频率为 40 Hz 处降低了 4.4 dB,在振动频率为 50 Hz 处降低了 4.2 dB;采用梯形轨枕时,地面源强

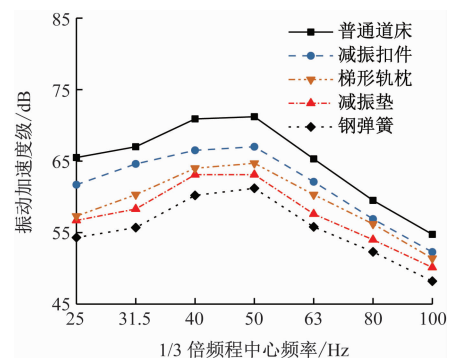


Fig. 5 Comparison of ground source intensity vertical vibration acceleration levels under different vibration reduction measures

表 3 不同减振措施下地面源强处的垂向振动加速度级  
Tab. 3 Vertical vibration acceleration levels at ground source intensity under different vibration reduction measures

振动 频率/Hz	$S_{VAL}/\text{dB}$				
	减振扣件	梯形轨枕	减振垫浮置板	钢弹簧浮置板	普通道床
25.0	61.7	57.3	56.7	54.3	65.5
31.5	64.6	60.3	58.3	55.7	67.0
40.0	66.5	64.0	63.1	60.2	70.9
50.0	67.0	64.7	63.1	61.2	71.2
63.0	62.1	60.3	57.6	55.8	65.3
80.0	56.9	56.2	54.0	52.3	59.5

处垂向振动加速度级降低了约 3.3 ~ 8.2 dB, 其中, 在振动频率为 40 Hz 处降低了 6.9 dB, 在振动频率为 50 Hz 处降低了 6.5 dB; 采用减振垫浮置板时, 地面源强处垂向振动加速度级降低了约 5.5 ~ 8.8 dB, 其中, 在振动频率为 40 Hz 处降低了 7.8 dB, 在振动频率为 50 Hz 处降低了 8.1 dB; 采用钢弹簧浮置板时, 地面源强处垂向振动加速度级降低了约 7.2 ~ 11.3 dB, 其中, 在振动频率为 40 Hz 处降低了 10.7 dB, 在振动频率为 50 Hz 处降低了 10.0 dB。

### 3.2 轨道同一部件不同刚度的减振措施

除了上述因素外, 扣件的减振效果还与扣件刚度有关, 选取 60 kN/mm、30 kN/mm、20 kN/mm、15 kN/mm、10 kN/mm 这 5 种刚度进行数值模拟, 分析扣件刚度变化对高架环境振动特性的影响。当列车运行速度为 60 km/h 时, 不同扣件刚度下的钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值如表 4 所示。数值模拟中, 车辆、线路等其他条件均未发生变化。

表 4 不同扣件刚度下的钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值  
Tab. 4 Maximum vertical displacement and peak acceleration of steel rails under different fastener stiffness

扣件刚度/ (kN/mm)	最大垂向位移/ mm	垂向加速度峰值/ ( $\text{m/s}^2$ )
60	0.602	3.34
30	1.223	3.60
20	1.679	3.82
15	2.521	3.86
10	3.034	3.95

当列车运行速度为 60 km/h、扣件刚度为 60 kN/mm 时, 数值模拟获得的钢轨最大垂向位移与

文献[8]中同等条件下的钢轨最大垂向位移结果接近, 此时的钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值分别为 0.602 mm 和  $3.34 \text{ m/s}^2$ 。当扣件刚度为 30 kN/mm 时, 相比于扣件刚度为 60 kN/mm 时的工况, 钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值分别增加了约 1.0 倍和 7.78%。当扣件刚度为 15 kN/mm 时, 相比于扣件刚度为 60 kN/mm 时的工况, 钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值分别增加了约 3.2 倍和 15.57%。当扣件刚度为 10 kN/mm 时, 相比于扣件刚度为 60 kN/mm 时的工况, 钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值分别增加了约 4.0 倍和 18.26%。随着扣件刚度的降低, 钢轨最大垂向位移和垂向加速度峰值均呈增大的趋势。

不同扣件刚度下的地面源强垂向振动加速度级对比如图 6 所示。由图 6 可知: 不同刚度的扣件所引起的地面源强处的振动对应峰值频率均为 40 ~ 60 Hz。降低扣件刚度可以有效降低地面源强垂向振动加速度级, 较低的扣件刚度具有较好的减振性能。不同扣件刚度下, 地面源强处的  $S_{VAL}$  如表 5 所示。

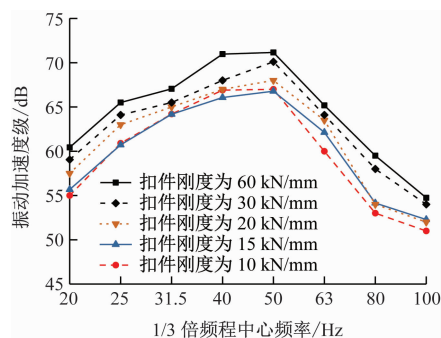


图 6 不同扣件刚度下的地面源强垂向振动加速度级对比  
Fig. 6 Comparison of vertical vibration acceleration levels for ground source intensity under different fastener stiffness

由表 5 可知: 当振动频率为 40 ~ 50 Hz 时, 刚度为 60 kN/mm 的扣件引起的地面源强处的振动加速度级约为 71.0 dB, 此时, 地面源强处的振动加速度级明显大于其他扣件刚度工况下的结果。当扣件刚度降低为 20 kN/mm、15 kN/mm、10 kN/mm 时, 当振动频率为 40 ~ 50 Hz 时, 地面源强处的振动加速度级分别降低至 67.1 ~ 68.0 dB、66.5 ~ 67.0 dB 和 66.0 ~ 66.7 dB。

由此可知, 改变扣件刚度能实现地面源强处的振动加速度级最大降低约 3.0 ~ 6.0 dB, 其减振效

表 5 不同扣件刚度下地面源强处的  $S_{VAL}$ Tab.5  $S_{VAL}$  at ground source intensity under different fastener stiffness

频率/ Hz	不同扣件刚度下的 $S_{VAL}/dB$				
	10 kN/mm	15 kN/mm	20 kN/mm	30 kN/mm	60 kN/mm
20.0	55.0	55.6	57.5	59.1	60.4
25.0	60.9	61.7	63.0	64.1	65.5
31.5	64.2	64.6	65.2	65.5	67.1
40.0	66.0	66.5	67.1	68.1	70.9
50.0	66.7	67.0	68.0	70.1	71.2
63.0	60.1	62.1	63.5	64.1	65.2
80.0	53.1	56.9	57.5	58.0	59.5

果最佳频率范围为 20 ~ 80 Hz。结合钢轨振动特性来看,降低扣件刚度确实对减少源强振动有一定的影响,但与此同时也会增大钢轨位移及加速度,因此针对高架桥普通轨道调节方法,采用刚度为 20 kN/mm 的扣件能够在钢轨振动增加和源强振动减小中取得一个较为平衡的效果。对于其他轨道结构和现场实际减振需求,应综合考虑扣件刚度减振效果进行取值。

## 4 结语

本文建立了车-轨-桥-土体模型,考虑了轨下减振和道床下减振情况,分析轨道减振措施对高架车致地面振动的减振效果,主要获得以下结论:

1) 高架段地面源强处的垂向振动加速度主要峰值频率分布在 40 ~ 60 Hz。减振扣件、梯形轨枕、减振垫、钢弹簧浮置板均对源强振动有降低效果,其贡献主要体现在振动频率为 25 ~ 100 Hz 范围。

2) 采用减振扣件、梯形轨枕、减振垫浮置板和钢弹簧浮置板条件下,在振动频率为 40 ~ 60 Hz 的峰值频段,地面源强振动加速度级分别降低了约 4.2 ~ 4.4 dB、6.5 ~ 6.9 dB、7.8 ~ 8.1 dB 和 10.0 ~ 10.7 dB。

3) 在选用低刚度扣件时,当扣件刚度为 15 kN/mm 及以下时,钢轨垂向位移和垂向加速度峰值有明显的增大。在扣件刚度由 60 kN/mm 减小至 10 kN/mm 过程中,钢轨垂向位移和钢轨加速度峰值分别增加了约 4 倍和 18.26%。同时,在振动频率为 40 ~ 50 Hz 的峰值频段,地面源强处的垂向振动加速度级降低了约 4.5 ~ 4.9 dB。

## 参考文献

- [1] 雷晓燕, 张新亚, 罗锟. 高架轨道桥梁结构振动与噪声预测方法及控制研究进展[J]. 铁道学报, 2020, 42(12): 150.  
LEI Xiaoyan, ZHANG Xinya, LUO Kun. Research progress on prediction methods and control of vibration and noise of elevated track bridge structure[J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(12): 150.
- [2] 汪振国, 雷晓燕, 罗锟. 高架简支箱梁与 U 梁车-轨-桥耦合振动分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2018, 15(4): 933.  
WANG Zhenguo, LEI Xiaoyan, LUO Kun. Analysis for vehicle-track-bridge coupling vibration of simply supported box-girder and U-girder[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2018, 15(4): 933.
- [3] 罗伟. 温州市域铁路高架线环境振动源强试验研究[J]. 都市快轨交通, 2021, 34(3): 108.  
LUO Wei. Experimental study on the environmental vibration source of Wenzhou suburban railway elevated line[J]. Urban Rapid Rail Transit, 2021, 34(3): 108.
- [4] XING M T, WANG P, ZHAO C Y, et al. Ground-borne vibration generated by high-speed train viaduct systems in soft-upper/hard-lower rock strata[J]. Journal of Central South University, 2021, 28(7): 2140.
- [5] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学理论的发展与工程实践[J]. 科学通报, 2022, 67(32): 3793.  
ZHAI Wanming. Development of vehicle-track coupled dynamics theory and engineering practice[J]. Chinese Science Bulletin, 2022, 67(32): 3793.
- [6] 刘长卿, 车驰东, 朱瑞仪. 城市交通高架轨道振动衰减的快速预报[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(2): 242.  
LIU Changqing, CHE Chidong, ZHU Ruiyi. Fast prediction on the vibration caused by urban elevated railway[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2013, 47(2): 242.
- [7] 李响, 任尊松. 地铁钢弹簧浮置板轨道垂向振动特性研究[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2018, 46(12): 103.  
LI Xiang, REN Zunsong. Study on the vertical vibration characteristics of steel spring floating slab track in subway[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2018, 46(12): 103.
- [8] 杨佳智. 基于 Simpack 和 Abaqus 联合仿真的城市轨道交通振动模型及减振分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.  
YANG Jia zhi. Vibration model and vibration reduction analysis of urban rail transit based on Simpack and Abaqus joint simulation [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.

· 收稿日期:2024-03-04 修回日期:2024-04-26 出版日期:2024-12-10  
Received:2024-03-04 Revised:2024-04-26 Published:2024-12-10  
· 第一作者:杨林,高级工程师,qddtyl@126.com  
通信作者:袁德浩,高级工程师,379938309@qq.com  
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议  
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license