

基于极限分析上限法的隧道掌子面稳定性分析*

孙 来^{1,2} 李 智³ 肖克锋³

(1. 四川交建天路建设工程有限责任公司, 627350, 甘孜州; 2. 四川省交通建设集团有限责任公司, 610047, 成都; 3. 西南交通大学地球科学与环境工程学院, 611756, 成都)

摘 要 [目的]在隧道开挖过程中,土体开挖导致掌子面前方形成临空面,为确保土体稳定,需在掌子面上施加适当的支护压力。因此,准确量化分析隧道开挖时掌子面的稳定性,并确定维持稳定所需的极限支护压力,具有关键意义。[方法]采用极限分析上限法,构建了一种可根据掌子面基本参数进行优化搜索的二维隧道掌子面破坏机构模型。通过推导内功率和外功率的计算公式,将掌子面稳定性分析问题转化为非线性优化求极值问题。在此基础上,计算了掌子面的安全系数与极限支护压力,并将计算结果与现有文献及OPTUM G2数值软件的计算结果进行了对比,验证了本方法的准确性和可靠性。此外,还深入探讨了土体黏聚力、内摩擦角及埋深比对掌子面稳定性的影响。[结果及结论]掌子面的稳定性随土体黏聚力和内摩擦角的增大而增强,表明黏聚力和内摩擦角对掌子面稳定性具有积极影响;随着隧道埋深比的增加,掌子面稳定性逐渐降低;然而,当埋深比达到足够大时,掌子面破坏机构的形状趋于稳定,此时掌子面稳定性几乎不再受埋深比的影响;此外,内摩擦角的增大能够减弱埋深比对掌子面稳定性的影响。

关键词 盾构隧道; 极限分析上限法; 掌子面稳定性; 安全系数; 极限支护压力

中图分类号 U455.43

DOI:10.16037/j.1007-869x.2025.03.015

Analysis of Tunnel Face Stability Based on Upper Bound Method of Limit Analysis

SUN Lai^{1,2}, LI Zhi³, XIAO Kefeng³

(1. Sichuan Jiaojian Tianlu Construction Engineering Co., Ltd., 627350, Ganzizhou, China; 2. Sichuan Transportation Construction Group Co., Ltd., 610047, Chengdu, China; 3. Faculty of Geosciences and Environmental Engineering, Southwest Jiaotong University, 611756, Chengdu, China)

Abstract [Objective] During tunnel excavation, the reformation of a free surface ahead of the tunnel face due to soil removal necessitates the application of appropriate support pressure to ensure soil stability. Thus, it is necessary to accurately analyze tunnel face stability during tunnel excavation and deter-

mine the required ultimate support pressure to maintain stability. [Method] The upper bound method of limit analysis is employed to develop a two-dimensional failure mechanism model for tunnel faces, which allows for optimized searches based on basic parameters of tunnel face. By deriving the calculation formulas for internal and external powers, the problem of tunnel face stability analysis is transformed into a nonlinear optimization problem for finding the extreme value. On this basis, the safety factor and ultimate support pressure of the tunnel face are calculated, which are compared with the calculation results of existing literatures and the OPTUM G2 numerical software, validating the accuracy and reliability of the method. Additionally, the effects of soil cohesion force, internal friction angle, and depth-to-diameter ratio on tunnel face stability are thoroughly explored. [Result & Conclusion] Tunnel face stability improves with increasing soil cohesion force and internal friction angle, indicating their positive influence on stability. However, this stability decreases with an increase in the depth-to-diameter ratio; when the depth-to-diameter ratio reaches a sufficiently large value, the shape of the tunnel face failure mechanism tends to stabilize, and further increases in the ratio have minimal impact on stability. Furthermore, increasing internal friction angle can mitigate the adverse effect of the depth-to-diameter ratio on tunnel face stability.

Key words shield tunnel; upper bound method of limit analysis; tunnel face stability; safety factor; ultimate support pressure

0 引言

随着我国城市轨道交通的迅猛发展,城市地下空间的开发利用日益成为主流趋势。然而,在隧道开挖过程中,支护压力的控制至关重要:支护压力过小易导致隧道塌陷,过大则可能引发地面隆起^[1]。因此,精确求解掌子面上的极限支护压力或

* 四川省科技资助计划项目(2021YFH0037); 四川省自然科学基金项目(2022NSFSC0407)

安全系数成为学术界广泛关注的研究课题。

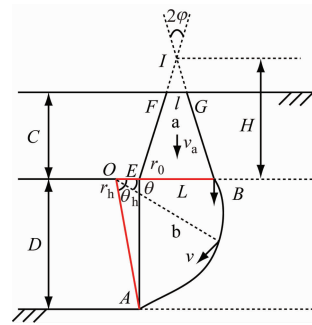
早期研究大多依赖经验公式来分析掌子面的稳定性^[2],但这类方法计算相对粗略,误差较大。随后,文献[3]基于极限平衡法,推导出了黏土隧道掌子面稳定性系数的公式;文献[4]则构建了楔形体破坏机构,采用极限平衡法求得了掌子面上的极限支护压力。然而,极限平衡法在计算过程中存在诸多假设,限制了其在复杂情况中的应用。随着计算机技术的进步,数值模拟软件开始广泛应用于隧道掌子面的稳定性分析中^[5-6],这类方法能够较好地模拟掌子面的稳定性,但建模复杂,难以在实际工程中广泛推广。相比之下,极限分析法因其完善的理论基础、简化的计算过程以及较高的计算效率和精度而受到学者们的青睐。文献[7]最早将极限分析法引入岩土问题求解中;在运用极限分析法分析掌子面稳定性时,构建一个合理的破坏机构至关重要。文献[8]提出了由两个刚性块体和一个剪切区构成的破坏机构,并推导出了掌子面极限支护压力的上限计算公式。针对不同情况,文献[9-10]构建了多种破坏机构来分析掌子面的稳定性。然而,这些研究大多将掌子面破坏机构视为固定假设,难以适应各种工况。

鉴于此,本文基于强度折减法 and 极限分析上限法,构建了一种可根据掌子面基本参数优化搜索的二维隧道对数螺线-截锥体破坏机构。通过推导内功率和外功率的计算式,获得了包含多个变量的目标函数,并设置了相应的约束条件。采用序列二次规划算法对各变量进行优化,求解出目标函数的极值,从而搜索得到满足现有约束条件下的最不利破坏面。同时,计算得到了掌子面的安全系数和极限支护压力的上限解。本文将计算结果与现有文献及 OPTUM G2 数值软件的计算结果进行了对比,并深入探讨了土体摩擦角、黏聚力和隧道埋深比等参数对掌子面稳定性的影响。

1 破坏机构

为了简化计算过程,将三维隧道的中轴面进行截取,并将其视为平面应变问题,进而开展二维分析。基于参考文献[8]中提出的破坏机构,构建了一个掌子面破坏的对数螺线-截锥体模型,具体形态如图 1 所示。该掌子面破坏机构由两个刚性块体构成:块体 a 和块体 b。块体 a 呈现为一个等腰三角形 $\triangle BEI$,其顶角为 2φ ,底角为 $\pi/2 - \varphi$;然而,当隧

道的埋深 C 小于该三角形的高度 H 时,块体 a 则转变为等腰梯形 $BEFG$ 。块体 b 则是由对数螺线与掌子面围成的滑体 $\triangle ABE$ 。



注: O —旋转中心; l —块体 a 的上底; L —块体 a 的下底; v_a —块体 a 的速度; r_0 —初始半径; r_h —终止半径; θ_h —终止角度; θ —旋转角; v —旋转速度; C —隧道埋深; φ —摩擦角; D —隧道直径。

图 1 掌子面破坏机构

Fig. 1 Tunnel Face collapse mechanism

对数螺线方程为:

$$r = r_0 e^{\theta \tan \varphi} \quad (1)$$

为满足 a 和 b 两块滑体间的速度相容条件,假设块体 a 的速度方向竖直向下,则线段 BE 上的速度方向也应该为竖直向下,块体 b 任意位置的速度方向垂直对数螺线的极径,因此对数螺线旋转中心 O 点在 BE 延长线上,根据几何关系求得 r_0 和 r_h 为:

$$r_0 = \frac{D}{e^{\theta_h \tan \varphi} \sin \theta_h} \quad (2)$$

$$r_h = \frac{D}{\sin \theta_h} \quad (3)$$

2 极限分析上限法

2.1 外功率计算

针对如图 1 所示的掌子面破坏机构,外功率计算分为三部分,掌子面上支护压力做功、块体 a 重力做功和块体 b 重力做功。

2.1.1 掌子面上支护压力做功

假设掌子面上的支护压力为均匀分布的,设为 σ_t ,掌子面上任一点的速度与对数螺线旋转角 θ 有关,整个支护压力做功可通过积分求解, ds 微元做功如图 2 所示, ds 微元夹角为 $d\theta$ 。

根据几何关系求得作用力微元的长度:

$$ds = r_h \cos \theta_h \tan(\theta + d\theta) - r_h \cos \theta_h \tan \theta \quad (4)$$

为便于积分,化解为:

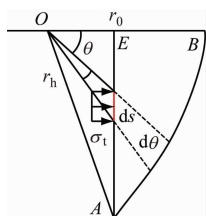


图2 支护压力微元做功

Fig. 2 Support pressure micro element work

$$\begin{aligned} ds &= \frac{r_h \cos \theta_h \tan(\theta + d\theta) - r_h \cos \theta_h \tan(\theta + d\theta)}{d\theta} d\theta = \\ &= \frac{r_h \cos \theta_h}{\cos^2 \theta} d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

由于微元足够小,认为 ds 微元上的速度相同,则可求得微元上水平速度分量为:

$$v = \frac{v_a r_h \cos \theta_h}{r_0 \cos \theta} \sin \theta \quad (6)$$

则支护压力做功 P_1 的计算式为:

$$P_t = \int_0^{\theta_h} \sigma_t ds v = \int_0^{\theta_h} dF_t v = \frac{\sigma_t v_a r_h^2 \cos^2 \theta_h}{r_0 \cos^3 \theta} \sin \theta d\theta \quad (7)$$

2.1.2 块体 a 重力做功

根据埋深的不同,块体 a 重力做功有两种情况(块体 a 为等腰三角形或等腰梯形),根据几何关系,三角形 $\triangle BEI$ 底边长 L 和高 H 分别为:

$$L = \frac{D}{e^{\theta_h \tan \varphi} \sin \theta_h} - D \cot \theta_h \quad (8)$$

$$H = \frac{L}{2 \tan \varphi} \quad (9)$$

块体 a 重力做功等于块体的重力乘上速度, 计算式为:

$$\begin{cases} P_{\text{wa}} = \frac{1}{2} \gamma v_a L H, & C \geq H \\ P_{\text{wa}} = \frac{1}{2} \gamma v_a [L H - 2 \tan \varphi (H - C)^2], & C < H \end{cases} \quad (10)$$

2.1.3 块体 b 重力做功

在求解块体 b 重力做功 P_{wb} 时,为便于求解,将其等效于区域 OAB 重力做功 P_{wb1} 减去区域 OAE 重力做功 P_{wb2} :

$$P_{wh} = P_{wh1} - P_{wh2} \quad (11)$$

为求解 OAB 重力做功 P_{wbl} , 对整个对数螺线微单元进行积分, 微单元做功参考图如图 3 所示。

取三角形微元 3 个顶点的竖直速度分量平均值作为微元的速度, 计算式为:

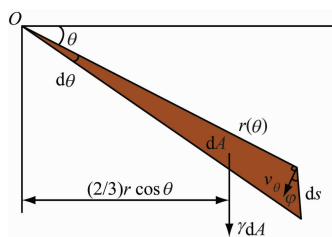
图 3 区域 OAB 微元重力做功

Fig. 3 Regional *OAB* micro element gravity work

$$v = \frac{2}{3}v_a e^{\theta \tan \varphi} \cos \theta \quad (12)$$

微元面积为:

$$dA = \frac{1}{2} r_0^2 e^{2(\theta - \theta_0) \tan \varphi} d\theta \quad (13)$$

微元重力做功为:

$$dP_{\text{wbl}} = dA\gamma v = \frac{1}{3}\gamma v_a r_0^2 e^{3\theta \tan \varphi} \cos \theta d\theta \quad (14)$$

γ 为土体重度。对微元从 $0 \sim \theta_h$ 进行积分, 区域 OAB 重力做功为:

$$P_{\text{wbl}} = \int_0^{\theta_h} dP_{\text{wbl}} = \frac{\gamma v_a r_0^2}{3(9 \tan^2 \varphi + 1)} \cdot [(3 \tan \varphi \cos \theta_h + \sin \theta_h) e^{3 \theta \tan \varphi} - 3 \tan \varphi] \quad (15)$$

同理,求得区域 OAE 重力做功为:

$$P_{\text{wb2}} = \frac{1}{6} \gamma v_a r_0^2 e^{\theta \tan \varphi} \left(\sin \theta_h - \frac{l}{r_0} \sin \theta_h \right) \cdot \left(1 - \frac{l}{r_0} + \cos \theta_h e^{\theta \tan \varphi} \right) \quad (16)$$

2.2 内功率计算

2.2.1 块体 a 内能耗散

与块体 a 外功率计算类似,根据不同埋深 C 分 2 种情况计算内能耗散:一种为间断线 IB 和 IE 上的内能耗散,另一种为间断线 BG 和 EF 上的内能耗散,计算式为:

$$\begin{cases} D_a = 2Hv_a c, & C \geq H \\ D_a = \left(2H - \frac{H-C}{H} L \cot \varphi\right) v_a c, & C < H \end{cases} \quad (17)$$

2.2.2 块体 b 内能耗散

根据图 3 中对块体 b 微元的做功分析,对数螺线微元长度为:

$$ds = r_0 e^{\theta \tan \varphi} d\theta / \cos \varphi \quad (18)$$

微元沿对数螺线切线方向速度为:

$$v = v_a \cos \varphi e^{\theta \tan \varphi} \quad (19)$$

微元内能耗散为:

$$dD_b = cvds = cr_0 v_s e^{2\theta \tan \varphi} d\theta \quad (20)$$

对微元从 $0 \sim \theta_h$ 进行积分,得到块体 b 的内能耗散为:

$$D_b = \int_0^{\theta_h} dD_b = cr_0 v_a \frac{e^{2\theta \tan \varphi} - 1}{2 \tan \varphi} \quad (21)$$

2.3 掌子面安全系数与极限支护压力求解

基于极限分析上限法,为确定掌子面的安全系数,采用强度折减法对土体的内摩擦角 φ 和黏聚力 c 进行折减处理:

$$c' = \frac{c}{F_s}, \quad \tan \varphi' = \frac{\tan \varphi}{F_s} \quad (22)$$

随后,将折减后的强度参数纳入外功率和内功率的计算公式中,构建等式约束条件,确保外功率等于内功率:

$$P_{wa} + P_{wb} - P_t = D_a + D_b \quad (23)$$

通过引入上述约束条件,运用序列二次规划算法进行迭代求解,得出掌子面在极限状态下满足约束条件的最小折减系数 F_s ,此折减系数即为掌子面的安全系数。当某一支护压力作用下的掌子面安全系数为 1 时,该支护压力被定义为极限支护压力。

3 掌子面稳定性分析

本文采用极限分析上限法和 OPTUM G2 数值模拟软件对掌子面的稳定性进行了分析,并与现有文献的计算结果进行了对比验证。掌子面稳定性分析模型如图 4 所示,其中模型底部边界实施了完全约束,左右边界及隧道内上下边界则施加了法向约束。

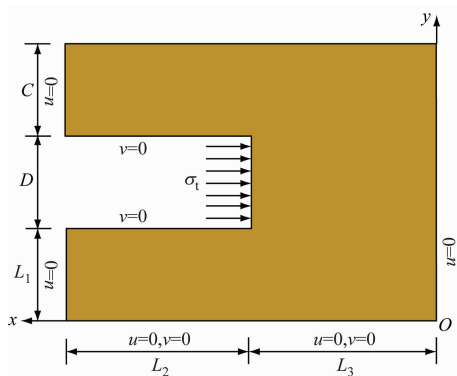


图 4 掌子面稳定性分析模型

Fig. 4 Stability analysis model of tunnel face

计算参数取文献[10],如表 1 所示。

利用本方法和 OPTUM G2 数值软件,分别计算了掌子面上的极限支护压力 σ_0 (即安全系数为 1 时的支护压力),并与文献[10]的结果进行了对比,对比结果如表 2 所示。

表 1 掌子面稳定性分析参数

Tab. 1 Stability analysis parameters of tunnel face

$\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$	c/kPa	$\varphi/(\circ)$	D/m	C/m	L_1/m	L_2/m	L_3/m
20	10	20	8	8	24	24	24

表 2 极限支护压力结果对比

Tab. 2 Comparison of ultimate support pressure results

使用方法	σ_0/kPa
本方法	40.78
文献[10]	39.50
OPTUM G2	42.94

表 2 显示了不同方法下极限支护压力的计算结果,表明本方法与文献[10]及 OPTUM G2 数值软件的计算结果高度一致。为进一步验证本方法的准确性,图 5 和图 6 分别描述了掌子面安全系数随支护压力的变化及极限支护压力随内摩擦角的变化,对比结果显示各计算方法的结果较为接近,从而验证了本方法的正确性。

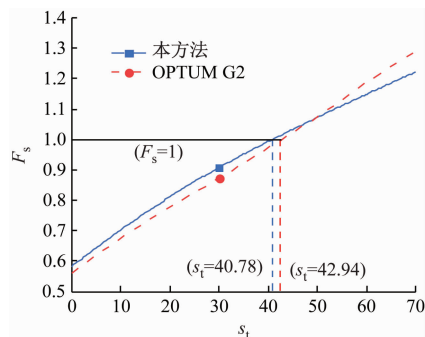


图 5 掌子面安全系数随支护压力的变化 ($C/D=1$)

Fig. 5 Variation of tunnel face safety factors with support pressure ($C/D=1$)

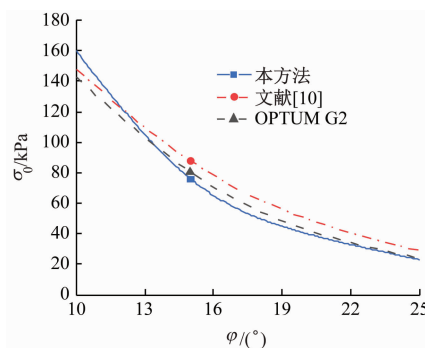


图 6 掌子面极限支护压力随内摩擦角的变化 ($C/D=2$)

Fig. 6 Variation of tunnel face extreme support pressure with friction angle ($C/D=2$)

4 参数分析

在参数分析部分,本文深入探讨了土体黏聚力、摩擦角和埋深比对掌子面稳定性的影响。图 7

为不同内摩擦角下,掌子面安全系数与极限支护压力随黏聚力的变化规律。由图7可知:黏聚力和内摩擦角的增大均有助于提升掌子面的稳定性。

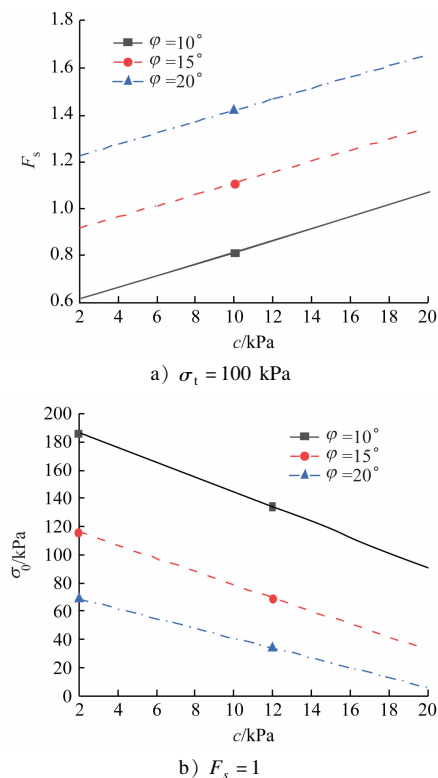


图7 黏聚力与内摩擦角的影响 ($C/D = 1$)

Fig. 7 Influence of cohesion force and friction angle ($C/D = 1$)

图8为不同埋深比计算下,掌子面的安全系数与极限支护压力随黏聚力的变化。由图8可知:掌子面安全系数随着黏聚力的增大而增大,极限支护压力随着黏聚力的增大而减小,都呈现出线性关系。随着 C/D 的增大, C/D 对掌子面稳定性的影响逐渐变小,如图8 a)中,当 $C/D = 0.3$ 时,与 $C/D = 0.5$ 结果差距较大;当 $C/D = 0.75$ 时,与 $C/D = 1.00$ 结果较为接近。

图9为不同埋深比计算下,掌子面的安全系数与极限支护压力随内摩擦角的变化。由图9可知:极限支护压力随内摩擦角的增大而减小,并逐渐趋于稳定,当内摩擦角较小时,安全系数受埋深比 C/D 影响较大;当内摩擦角较大时,几乎不受 C/D 的影响。不同 C/D 计算下的安全系数或极限支护压力几乎相同。当 C/D 较大时,再增大 C/D 几乎不会影响掌子面的稳定性,在内摩擦角较大时尤为明显。从理论上进行分析,与块体 a 做功存在两种情况相对应。

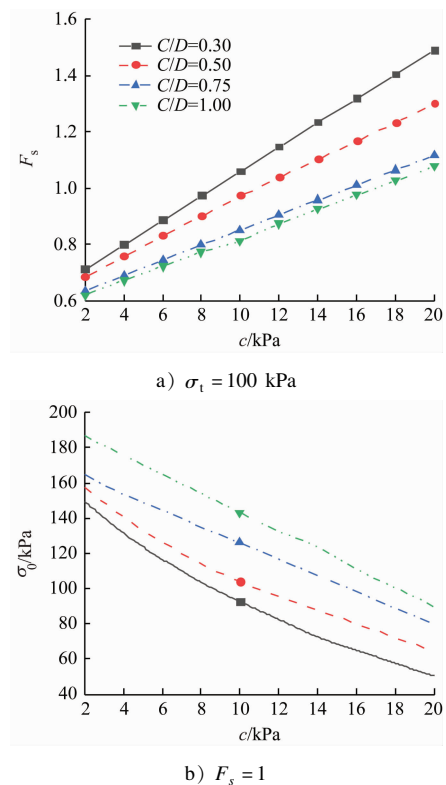


图8 黏聚力与埋深比的影响 ($\varphi = 10^\circ$)

Fig. 8 Influence of cohesion force and buried depth ratio ($\varphi = 10^\circ$)

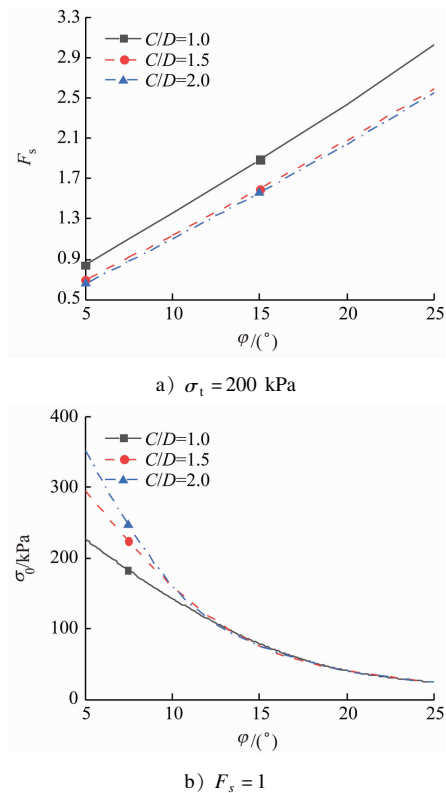


图9 内摩擦角与埋深比的影响 ($c = 10$ kPa)

Fig. 9 Influence of friction angle and buried depth ratio ($c = 10$ kPa)

图 10 是本文与 OPTUM G2 数值软件计算得到的破坏机构对比图。

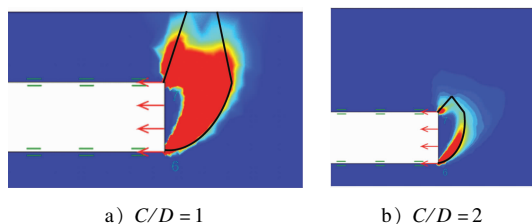


图 10 破坏机构

Fig. 10 Collapse mechanism

当内摩擦角和埋深比较小时,块体 a 为一个等腰梯形;而当内摩擦角和埋深比较大时,块体 a 为一个等腰三角形,此时不管埋深比是多少,破坏机构的大小都将是固定的,这也与文献[11]得到的结果规律相一致。

5 结语

综上所述,本文基于极限分析上限法构建了二维掌子面破坏机构,并计算了掌子面的安全系数与极限支护压力。通过参数分析,得出以下结论:

1) 黏聚力和内摩擦角的增大有助于提升掌子面的稳定性。

2) 埋深比的增大在一定程度上降低了掌子面的稳定性,但当埋深比足够大时,其对掌子面稳定性的影响减弱。

3) 内摩擦角较小时,掌子面稳定性受埋深比影响较大;而内摩擦角较大时,埋深比对掌子面稳定性的影响较小。

参考文献

- [1] 王志良,申林方,谢建斌. 三维盾构隧道开挖面极限支护压力的上限解[J]. 防灾减灾工程学报, 2015, 35(3): 348.
WANG Zhiliang, SHEN Linfang, XIE Jianbin. Three-dimensional upper bound solution of limit support pressure during shield tunnelling[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2015, 35(3): 348.
- [2] CORNEJO L. Instability at the face; its repercussions for tunnel-

ling technology[J]. Tunnels and Tunneling, 1989(21): 69.

- [3] JANCSEK S, STEINER W. Face support for a large mix-shield in heterogeneous ground conditions[M]. Boston, MA: Springer US, 1994: 531.
- [4] ZAMORA HERNÁNDEZ Y, DURAND FARFÁN A, PACHECO DE ASSIS A. Three-dimensional analysis of excavation face stability of shallow tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, 92: 103062.
- [5] LI B, LI H. Prediction of tunnel face stability using a naive Bayes classifier[J]. Applied Sciences, 2019, 9(19): 4139.
- [6] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Pub. Co., 1975.
- [7] 吕玺琳,王浩然,黄茂松. 盾构隧道开挖面稳定极限理论探究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 57.
LYU Xilin, WANG Haoran, HUANG Maosong. Limit theoretical study on face stability of shield tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(1): 57.
- [8] 曾明生,王文法,康海波,等. 基于不同破坏模式的盾构隧道掌子面支护力上限分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(8): 2360.
ZENG Mingsheng, WANG Wenfa, KANG Haibo, et al. Upper limit analysis of support force on shield tunnel face based on different failure modes[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022, 19(8): 2360.
- [9] 熊小华,刘安,黄琦,等. 纯黏土地层锚杆加固隧道掌子面稳定性分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(2): 453.
XIONG Xiaohua, LIU An, HUANG Qi, et al. Stability analysis of tunnel face reinforced by bolts in pure cohesive soils[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022, 19(2): 453.
- [10] 杨峰,阳军生,赵炼恒. 浅埋隧道工作面破坏模式与支护反力研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 279.
YANG Feng, YANG Junsheng, ZHAO Lianheng. Collapse mechanism and support pressure for shallow tunnel face[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(2): 279.

· 收稿日期:2022-12-09 修回日期:2023-10-13 出版日期:2025-03-10
Received:2022-12-09 Revised:2023-10-13 Published:2025-03-10
· 第一作者:孙来,工程师,443874724@qq.com
通信作者:李智,硕士研究生,zhili_swjtu@163.com
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license

欢迎订阅《城市轨道交通研究》

服务热线 021—56830728 转 821