

基于频响应函数曲率微分相关性分析的 钢轨轨底裂纹检测方法^{*}

龙建兵¹ 徐 鸿² 张 斌³

(1. 宁波市轨道交通集团有限公司, 315101, 宁波; 2. 中铁二院工程集团有限责任公司, 610031, 成都;
3. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 330013, 南昌)

摘 要 [目的] 目前基于振动特征的检测方法广泛应用于城市轨道交通结构系统损伤监测,但在实际应用中,结构的模态振型很难获取,需探究更有效的钢轨轨底裂纹检测方法。[方法] 提出了一种基于频响应函数变化的轨底裂纹检测新方法。首先,利用 SDOF(单自由度)系统来说明裂纹引起的动力特性的变化,采用皮尔逊相关系数(Pearson Correlation Coefficient)来分析未损坏和损坏系统之间的 FRF(频响应函数)、FRFC(频率响应函数曲率)和 FRFCD(频率响应函数曲率微分)值的相关关系。以存在裂纹的钢轨为研究对象,通过有限元仿真与频响试验相结合的方法,研究了裂纹尺寸与 FRF、FRFC、FRFCD 值的相关系数之间的关系。[结果及结论] 当钢轨结构完好时,FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数接近 1。当钢轨裂纹发生时,随着裂纹深度的增加,无裂纹与有裂纹钢轨的 FRF、FRFC、FRFCD 值相关系数的绝对值从 1 趋近于 0,且 FRFCD 值相关系数对裂纹的敏感性远高于 FRF 和 FRFC 值相关系数。基于 FRFCD 相关系数的裂纹识别方法不会将非裂纹结构误判为裂纹结构。

关键词 城市轨道交通; 钢轨裂纹; 裂纹检测方法; 相关性分析; 频率响应

中图分类号 U213.4

DOI:10.16037/j.1007-869x.2025.03.018

Detection Method for Rail Bottom Cracks Based on Frequency Response Function Curvature Differential Correlation Analysis

LONG Jianbing¹, XU Hong², ZHANG Bin³

(1. Ningbo Rail Transit Group Co., Ltd., 315101, Ningbo, China; 2. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., 610031, Chengdu, China; 3. State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, 330013, Nanchang, China)

Abstract [Objective] Detection methods based on vibration characteristics are widely applied for structural damage moni-

ring in urban rail transit systems. However, in practical applications, it is challenging to obtain the modal shapes of structures, necessitating the exploration of more effective methods for detecting rail bottom cracks. [Method] A new rail bottom crack detection method based on frequency response function (FRF) variation is proposed. First, a SDOF (single degree of freedom) system is used to illustrate the dynamic characteristic change induced by cracks. The Pearson Correlation Coefficient is employed to analyze the correlation between the FRF (frequency response function), FRFC (frequency response function curvature) and FRFCD (frequency response function curvature differentiation) of undamaged and damaged systems. Taking a cracked rail as the research subject, a combination of finite element simulation and frequency response experiments is used to investigate the relationship between crack size and the correlation coefficients of FRF, FRFC, and FRFCD. [Result & Conclusion] When the rail structure is intact, the correlation coefficients of FRF, FRFC, and FRFCD are close to 1. When a rail crack occurs, as the crack depth increases, the absolute values of the correlation coefficients between the intact and the cracked rail progressively decrease from 1 toward 0. Moreover, the FRFCD correlation coefficient exhibits significantly higher sensitivity to cracks compared to FRF and FRFC correlation coefficients. The crack identification method based on the FRFCD correlation coefficient effectively distinguishes cracked structures from intact ones, reducing false positives in crack structure.

Key words urban rail transit; rail crack; crack detection method; correlation analysis; frequency response

城市轨道交通桥梁、建筑物、轨道或机械部件等结构系统在使用过程中,可能会出现零件松动、裂纹、老化等损伤。结构损伤监测是通过监测结构在使用过程中的性能来评价结构的健康状态。目

^{*} 江西省重点研发计划“揭榜挂帅”项目(20223BBE51009)

前的监测方法有多种,如基于振动特性的损伤识别方法^[1-3]、图像识别方法^[4-5]、声发射技术^[6]等。基于振动特征的检测方法应用广泛。当结构发生损伤时,固有频率会发生变化,但对于早期损伤,固有频率变化较弱,不易察觉^[7]。振型反映了不同固有频率所对应的结构振动模式,损伤的敏感性与损伤的位置有关^[8]。模态曲率对损伤的敏感性优于模态振型,并且不受损伤位置的影响^[9-10]。然而,在实际应用中,结构的模态振型很难获取,特别是对于大型或复杂的结构。模态应变能和柔度法的计算也取决于结构的模态振型^[11-13]。FRF(频响应函数)包含有关结构固有属性的多种信息,包括质量、刚度、阻尼和振动模态,并且是在宽频带上定义的。因此,频响函数的形状有可能可以更清楚地揭示损伤。

现有研究主要集中于利用 FRF 或 FRFC(频率响应函数曲率)进行损伤定位,同时还需要获取结构上密集测点的动力响应特征信息。结构损伤引起的频响应曲线的变化反映在整条曲线上,在结构上任意一点得到的曲线都可以反映这种变化。本文基于单个测量点的频率响应信息来检测结构损伤,特别是对于早期阶段的结构损伤,本文以裂纹钢轨为研究对象,提出以 FRFCD(频率响应函数曲率微分)相关系数来识别钢轨裂纹及其演化程度。

1 理论基础

对于刚度、质量和阻尼已知的 MDOF(多自由度)系统,FRF 的数值 $H(\omega)$ 的自变量是频率 ω ,其与刚度 k 、质量 m 、阻尼 c 以及模态振型 $\varphi(x)$ 有关。为了进一步分析裂纹对频响应函数的影响,引入了 FRFC 和 FRFCD,分别是频响应函数的二阶导数和三阶导数。实际工程中,很难获得 MDOF 系统准确的 FRF 函数表达式,并且无法直接求导得到 FRFC 或 FRFCD。因此,根据测试数据得到 FRF 幅值 $h(\omega)$ 离散点,用差分法计算相应的 FRFC($h(\ddot{\omega})$)和 FRFCD($h(\ddot{\ddot{\omega}})$):

$$h(\ddot{\omega}) = \frac{h(\omega)_{n+2} + h(\omega)_n - 2h(\omega)_{n+1}}{d^2} \quad (1)$$

$$h(\ddot{\ddot{\omega}}) = \frac{h(\omega)_{n+3} + 3h(\omega)_{n+2} + 3h(\omega)_{n+1} - h(\omega)_n}{d^3} \quad (2)$$

式中:

$\ddot{\omega}$ —— ω 的二阶导数;

$\ddot{\omega}$ —— ω 的三阶导数;

d ——两个连续测量点之间的频率差;

n ——通过测试的离散点数量。

为了评价裂纹引起的 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的整体变化,提出损伤结构与未损伤结构之间的 Pearson 相关系数 N_{cor} ^[14-15] 作为损伤判断指标。 N_{cor} 值越趋近于 0,表明裂纹对结构的影响越大,裂纹的深度也越大。 N_{cor} 的计算公式为:

$$N_{\text{cor}}(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2}} \quad (3)$$

式中:

X, Y ——待判别变量;

x, y ——样本数值;

\bar{x}, \bar{y} ——样本数值对应的平均值。

通过式(1)和式(2),得到 FRFC 和 FRFCD 函数,进而得到损伤与未损伤函数的差异。当刚度变化量 Δk 接近于 0 时,差分表达式包含如式(4)所示项,其中 $g(k, m, c, \omega)$ 是与 k, m, c, ω 相关的函数。由此可知,对于已知结构,损坏和未损坏系统之间的非线性变化依赖于 Δk 和 ω 。特别是当 ω 接近系统固有频率时,式(4)的分母值达到最小值,非线性差值将显著增大。

$$\left| g(k, m, c, \omega) \frac{\Delta k}{(k - m\omega^2 + jc\omega)^n} \right| \quad (4)$$

为了直观地展示损伤引起的 FRFC 和 FRFCD 非线性变化,采用残余比 R ,其计算公式为:

$$R = \frac{H(\omega)_{n, \text{damaged}} - H(\omega)_{n, \text{undamaged}}}{H(\omega)_{n, \text{undamaged}}} \quad (5)$$

式中:

$H(\omega)_{n, \text{damaged}} - H(\omega)_{n, \text{undamaged}}$ ——受损和未受损结构之间的 FRFC 或 FRFCD 值之差;

$H(\omega)_{n, \text{undamaged}}$ ——未受损响应值;

n ——FRF 的微分阶次。

2 钢轨的 FRF、FRFC、FRCD

2.1 钢轨谐波响应分析

在 ABAQUS 有限元软件中,建立无约束边界的钢轨(60 kg/m 钢轨)三维有限元模型。该模型轨道长度为 0.5 m,最大网孔尺寸不超过 2.5 mm,轨道单元为 C3D8R,模型单元数约为 26 万个,分析频段为 1~2 000 Hz。

为了模拟裂缝,切除了钢轨的一小部分。位于钢轨底部的横向贯穿裂纹宽度为 2.0 mm,深度分别为 1.0 mm、2.0 mm、3.0 mm、8.5 mm 和 10.5 mm。建立上述不同尺寸裂纹的钢轨有限元模型如图 1 所示。

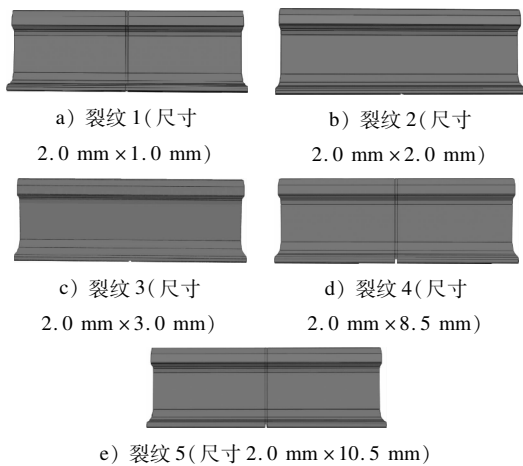


图 1 不同尺寸裂纹的钢轨有限元模型

Fig. 1 Finite element models of rails with cracks of different sizes

针对上述 5 种模型进行模态分析和稳态动态分析。通过模态分析发现,分析频段内存在 3 种弹性模态。在模态分析的基础上,进行稳态动态分析。由于轨头端部振型的幅值较为突出,选择轨头端部作为响应输出点。通过在轨头端部加载 X 向正弦扫频激励,计算钢轨动力响应,得到其频响应曲线,如图 2 所示。

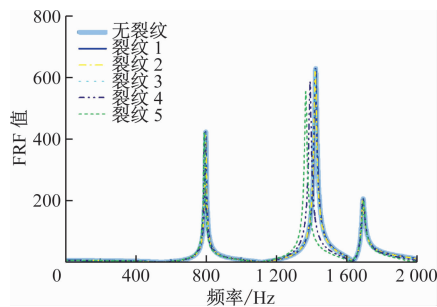


图 2 不同工况下的钢轨端部 FRF 值

Fig. 2 Rail end FRF values under different working conditions

在图 2 中,比较了 6 种情况下钢轨 X 向频响应函数曲线。当裂纹深度(裂纹 1、裂纹 2、裂纹 3)较小时,有裂纹的钢轨频响应函数曲线与未损坏钢轨的频响应函数曲线几乎重合。随着裂纹深度的增加,如裂纹 4 和裂纹 5,钢轨频响应函数曲线的共振峰向低频移动。实际中,仅通过 FRF 曲线很难识别尺寸较小的裂纹。

2.2 相关系数

根据式(1)和式(2)以及仿真中的钢轨 FRF 值,可以得到 FRFC 和 FRFCD 值。根据式(3)求得损伤与未损伤结构之间的 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数。当裂纹深度为 1.0 mm 时,FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数均超过 0.9,说明损坏与未损坏结构之间有很强的线性相关性。当裂纹深度增加到 2.0 mm 时,FRF 值的相关系数几乎没有变化,而 FRFC 和 FRFCD 值的相关系数明显下降。尤其是 FRFCD 值的相关系数降低了 20% 以上。当裂纹深度尺寸达到 3.0 mm 时,频响应函数相关系数表明,无裂纹钢轨和有裂纹钢轨的频响应函数呈强相关性,在图 1 中可见代表“无裂纹”和代表“裂纹 3”的两条曲线基本重合。FRFC 和 FRFCD 值的相关系数大幅下降,FRFCD 值的相关系数小于 0.3,表明线性相关关系很弱。随着裂纹的不断加深,FRF 值的相关系数也逐渐开始减小,相应的 FRFC 和 FRFCD 值的相关系数趋近于 0。不同情况下钢轨端部之间 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关性如表 1 所示。

表 1 不同情况下钢轨端部之间的 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关性

Tab. 1 FRF, FRFC, and FRFCD correlations between rail ends in different scenarios

裂纹情况	相关系数		
	FRF 值	FRFC 值	FRFCD 值
裂纹 1	1.000	0.973	0.944
裂纹 2	0.993	0.839	0.737
裂纹 3	0.976	0.532	0.209
裂纹 4	0.625	-0.239	-0.116
裂纹 5	0.450	-0.127	0.018

3 频率响应试验与分析

通过锤击试验,获得了无裂纹钢轨和裂纹钢轨不同阶段的频响应函数数据。锤击试验设备包括带有信号放大器的力锤、加速度传感器、信号采集仪和一根长 0.854 m 的钢轨(60 kg/m 钢轨)。仿真得到的钢轨模态如图 3 所示。

试验中,将焊接有金属环的钢轨一端借助小型吊车和弹力绳进行悬挂。试验使用的钢轨轮廓并不完整,并且部分钢轨头部被切除,这不会对研究目的产生实质性影响。试验前对钢轨进行模态分析,选择 C3D8R 单元来模拟三维轨道模型,分析频段范围为 1 Hz 至 1 100 Hz。根据计算结果,该频段

存在3阶弹性模态(见图3)。为了获得较宽频率范围的激励信号,采用金属锤头,采样频率为128 000 Hz,振动加速度传感器的量程为 $0 \sim 100 \text{ g} \cdot \text{m/s}^2$,采用单输入单输出系统。根据仿真得到的前3种模态(见图3),选取轨底端部作为输出点。选取轨头端部作为锤子的打击位置,激励方向为横向。在频响应函数计算过程中,为了消除力信号中的噪声信号,在冲击信号消失后加入“力窗”。每条频响应函数曲线都是经过3次敲击测试得到的。重复3组测试,得到完整钢轨的3条频响曲线和相干曲线如图4所示。试验得到的模态频率与仿真结果基本一致,验证了试验结果的可靠性。

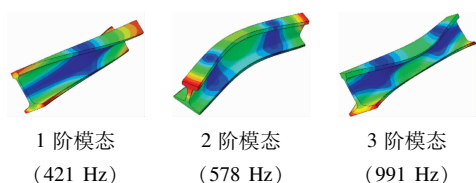


图3 钢轨模态

Fig. 3 Rail modal

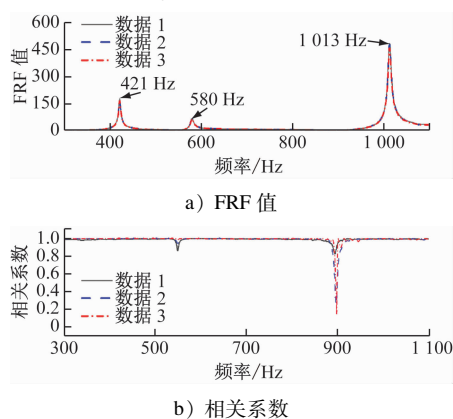


图4 无裂纹钢轨 FRF 值及相关系数曲线

Fig. 4 Curves of FRF values and correlation coefficients of intact rails

为了表现裂纹,本文使用切割机在中段轨底预制了3种尺寸的裂缝,具体尺寸和位置如图5所示。同一条钢轨按照不同尺寸依次切割,每次切割后按照上述锤击测试流程进行频响测试,计算得到的不同裂纹钢轨的频率响应曲线和相关系数曲线如图6所示。

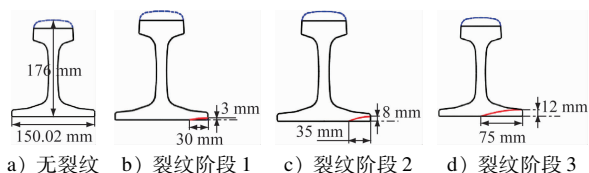


图5 不同尺寸裂纹

Fig. 5 Cracks of different sizes

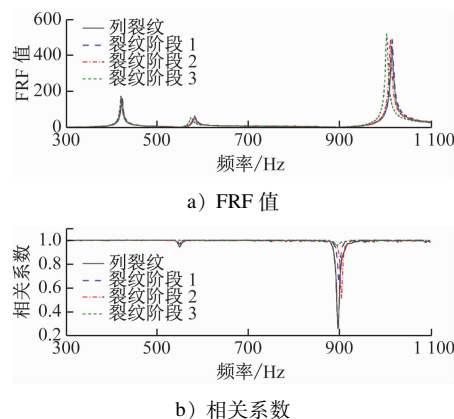


图6 不同尺寸裂纹钢轨的 FRF 值及相关系数曲线

Fig. 6 Curves of FRF values and correlation coefficients of rails with cracks of different sizes

将获得的 FRF 值分别代入式(1)和式(2),得到相应的 FRFC 值和 FRFCD 值。分析频段范围从300~1100 Hz。对未损坏场景下3组重复测试之间的 FRFC 和 FRFCD 值进行分析,以验证本文所提出的裂纹识别方法在实际中是否会误判非裂纹状态。表2为完整钢轨 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数。理论上,对于无裂纹的钢轨,FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数应为1。根据实试验数据得到的 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数非常接近于1,因此认为本文所提出的裂纹识别方法不会误判非裂纹状态。

表2 无裂纹钢轨测试数据的 FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数

Tab. 2 Correlation coefficients of FRF, FRFC, and FRFCD of intact rail test data

测试数据	相关系数		
	FRF 值	FRFC 值	FRFCD 值
数据 2	1.000	0.998	0.983
数据 3	1.000	0.996	0.979

选取无裂纹钢轨的数据中的一组,并将每个裂纹钢轨的所有数据都用于计算相关系数。由此得到未损坏钢轨与有3种不同尺寸裂纹的钢轨之间的相关性如表3所示。

当裂纹尺寸为 $30 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ 时,即裂纹阶段1,裂纹钢轨的 FRF 值与无裂纹钢轨的 FRF 值存在较强的线性相关性,但 FRFC 和 FRFCD 值的相关系数开始下降,尤其是 FRFCD 值的下降明显。当裂纹演化到第2阶段时,FRF 相关系数略有降低,相应的 FRFC 和 FRFCD 值之间的相关性显著降低。当裂

表 3 无裂纹钢轨与不同裂纹钢轨的相关性

Tab.3 Correlation coefficients between intact rails and rails with different cracks

裂纹情况	相关系数		
	FRF 值	FRFC 值	FRFCD 值
裂纹阶段 1	0.999/0.999/ 0.999	0.972/0.977/ 0.975	0.817/0.841/ 0.843
裂纹阶段 2	0.924/0.913/ 0.912	-0.451/0.444/ 0.441	-0.389/-0.336/ -0.327
裂纹阶段 3	0.623/0.617/ 0.841	-0.123/-0.060/ -0.094	-0.041/-0.001/ -0.002

纹发展到第 3 阶段时,FRF 相关系数降低至 0.60 ~ 0.85,根据无裂纹钢轨和裂纹钢轨对应的 FRFC 和 FRFCD 值的相关关系,基本可以认为不相关。试验结果表明,本文所提出的基于 FRFCD 值的相关系数的裂纹识别方法对钢轨裂纹具有较高的敏感性,并且随着裂纹的产生和发展,相关系数的绝对值从 1 减小到 0。

4 结语

本文基于数值模拟和试验,研究了钢轨裂纹尺寸与 FRF、FRFC 及 FRFCD 值有相关系数之间的关系,得到以下结论:

FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数可以反映钢轨轨底裂纹引起的结构动力响应非线性变化趋势。随着裂纹尺寸的增大,FRF、FRFC 和 FRFCD 值的相关系数的绝对值逐渐从 1 接近 0。与 FRF 或 FRFC 值的相关系数相比,FRFCD 值的相关系数对结构裂纹引起的变化响应更加敏感。

试验结果表明,本文所提出的基于 FRFCD 值的相关系数的裂纹识别方法不会将非裂纹结构误判为裂纹结构。

参考文献

- [1] YAN Y J, CHENG L, WU Z Y, et al. Development in vibration-based structural damage detection technique[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(5): 2198.
- [2] NASIM KHAN RAJA B, MIRAMINI S, DUFFIELD C, et al. A simplified methodology for condition assessment of bridge bearings using vibration based structural health monitoring techniques[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2021, 21(10): 2150133.
- [3] PRAWIN J. Breathing crack localization in structures based on principal component analysis of forced vibration responses[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2021, 21(3): 2150041.
- [4] KUDELA P, RADZIENSKI M, OSTACHOWICZ W. Impact induced damage assessment by means of Lamb wave image processing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 102: 23.
- [5] HILD F, BOUTERF A, ROUX S. Damage measurements via DIC[J]. International Journal of Fracture, 2015, 191(1/2): 77.
- [6] JUNG B H, KIM Y W, LEE J R. Laser-based structural training algorithm for acoustic emission localization and damage accumulation visualization in a bolt joint structure[J]. Structural Health Monitoring, 2019, 18(5/6): 1851.
- [7] SHANG D G, BARKEY M E, WANG Y, et al. Effect of fatigue damage on the dynamic response frequency of spot-welded joints[J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25(4): 311.
- [8] RATCLIFFE C P. Damage detection using a modified Laplacian operator on mode shape data[J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 204(3): 505.
- [9] ROY K. Structural damage identification using mode shape slope and curvature[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2017, 143(9): 04017110.
- [10] HUANG M, CHENG X, ZHU Z, et al. A novel two-stage structural damage identification method based on superposition of modal flexibility curvature and whale optimization algorithm[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2021, 21(12): 2150169.
- [11] GUO H Y, LI Z L. Structural multi-damage identification based on modal strain energy equivalence index method[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2014, 14(7): 1450028.
- [12] SADEGHI F, YU Y, ZHU X, et al. Damage identification of steel-concrete composite beams based on modal strain energy changes through general regression neural network[J]. Engineering Structures, 2021, 244: 112824.
- [13] YUN K, LIU M, LV J, et al. Output-only damage detection in plate-like structures based on proportional strain flexibility matrix[J]. Sensors, 2020, 20(23): 6862.
- [14] MOMBER A, BUCHBACH S, PLAGEMANN P, et al. Edge coverage of organic coatings and corrosion protection over edges under simulated ballast water tank conditions[J]. Progress in Organic Coatings, 2019, 108: 90.
- [15] ZHANG Y, ZHU J. Damage identification for bridge structures based on correlation of the bridge dynamic responses under vehicle load[J]. Structures, 2021, 33: 68.

• 收稿日期:2024-07-23 修回日期:2024-08-25 出版日期:2025-03-10
Received:2024-07-23 Revised:2024-08-25 Published:2025-03-10
• 第一作者:龙建兵,高级工程师,taller@88.com
通信作者:张斌,副教授,zhangbin010@126.com
• ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license