

基于不同本构模型的轨道车辆用橡胶弹簧 刚度特性研究*

邓梦君 王喜利 夏彰阳 张玉祥 罗 俊

(株洲时代新材料科技股份有限公司, 412007, 株洲)

摘 要 [目的] 轨道交通用橡胶弹簧减振器的结构复杂, 主要采用仿真手段预测其刚度特性, 但不同的本构模型仿真结果差异较大。为此, 对比分析了3种超弹性橡胶材料的应变能密度函数模型(即 Yeoh 模型、M-R 模型、Ogden 模型)及适用情形, 以轨道交通车辆转向架中一系橡胶弹簧为研究对象, 阐述其安装方式、功能特征、结构组成及性能要求, 并从中选优。[方法] 建立了一系橡胶弹簧静刚度特性的有限元分析方法, 以力-位移曲线的贴合度和刚度偏差作为评价指标, 对比分析了3种超弹性橡胶材料本构模型的拟合效果和计算精度。[结果及结论] 结果表明, 采用 Yeoh 模型计算得到的仿真值与试验值的偏差较大; 采用 M-R 模型和 Ogden 模型的偏差较小; Ogden 模型的拟合效果和计算精度均为最优。因此 Ogden 模型更适合用于轨道交通车辆转向架中一系橡胶弹簧静刚度特性的力学性能分析。

关键词 轨道交通; 车辆转向架; 一系橡胶弹簧; 本构模型; 静刚度特性; 有限元分析

中图分类号 U270.331

DOI:10.16037/j.1007-869x.2025.03.031

Study on Stiffness Characteristics of Rubber Springs for Rail Vehicles Based on Different Constitutive Models

DENG Mengjun, WANG Xili, XIA Zhangyang, ZHANG Yuxiang, LUO Jun

(Zhuzhou Times New Material Technology Co., Ltd., 412007, Zhuzhou, China)

Abstract [Objective] The structure of rubber spring shock absorbers for rail transit is complex, its stiffness characteristics are mainly predicted by simulation methods, but simulation results of different constitutive models vary greatly. The Yeoh, Mooney-Rivlin and Ogden three strain energy density function models of hyperelastic rubber materials and their applicable scenarios are compared and analyzed. Using the primary rubber spring in the bogie of rail transit vehicles as the research object, the installation methods, functional characteristics, struc-

tural composition, and performance requirements are expounded, the best from them are selected. [Method] A finite element analysis method for the static stiffness characteristics of primary rubber springs is established. The fitting effectiveness and computational accuracy of three constitutive models for hyperelastic rubber materials are evaluated using the fit of force-displacement curves and stiffness deviation as assessment metrics. [Result & Conclusion] The results show that the deviation between the simulated values calculated using the Yeoh model and the experimental values is significant, follow by deviations of Mooney-Rivlin model and Ogden model, but both the fitting effect and the computational accuracy of Ogden model are optimal. Therefore, the Ogden model is more suitable for analyzing the mechanical performance of the static stiffness characteristics of primary rubber springs in rail transit vehicle bogies.

Key words rail transit; vehicle bogie; primary rubber spring; constitutive model; static stiffness characteristics; finite element analysis

一系橡胶弹簧是在轨道交通车辆转向架中起减振作用的橡胶弹簧, 如图1所示。它安装于轴箱和转向架构架之间, 能提供大位移量的竖向挠度, 其载荷、位移特征曲线表现为较强的非线性^[1]; 除了提供弹性支撑功能外, 还需要在车辆运行过程中传递轮对的牵引力和制动力, 同时在列车的纵向和横向提供柔性连接, 并起限位的作用, 以保证车辆的直线运行稳定性和曲线通过安全性^[2], 满足轴箱与构架之间的相对运动。同时, 为了保证车辆在运行过程中的竖向振动舒适性, 产品的竖向刚度应具备合理的轻车和重车匹配性^[3-4]。

橡胶材料具有复杂的分子机理及材料和几何的双重非线性^[5], 且部分橡胶减振器结构复杂, 很难通过解析公式预测其刚度, 主要采用仿真手段预

* 中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题(J2019J005)

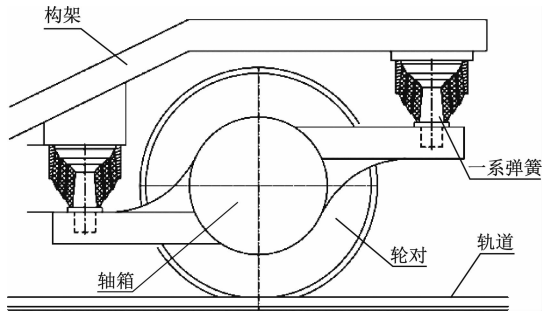


图1 一系橡胶弹簧安装示意图

Fig.1 Installation diagram of primary rubber springs

测产品的刚度特性。然而,现有橡胶材料本构模型种类较多,不同本构模型的仿真计算结果差异较大,要实现对产品的准确设计和低成本制造,在橡胶弹簧力学性能的仿真计算中选择合适的本构模型成为关键^[6-8]。

本文使用不同的橡胶材料本构模型对轨道交通车辆转向架上一系橡胶弹簧进行了刚度特性的仿真计算,并开展刚度试验,根据仿真值与试验值的偏差来选择一系橡胶弹簧静刚度性能分析适合的橡胶材料本构模型。本文提出的有限元建模方法和分析方法,可为同类型产品的设计提供支持。

1 橡胶材料本构模型

橡胶作为一种超弹性材料,具有几何非线性和材料非线性等特点,不能简单的用弹性模量、泊松比等物理量表征,其应力、应变关系表现为非线性。它的本构关系可以完全地由其应变能函数给出,从热力学统计理论建立的应变能函数,其优点是模型具有物理意义,缺点是模型复杂,不适用于解决工程实践问题;从连续介质力学建立的应变能函数,其优点是使用灵活,可通过设置多参数实现对大应变材料非线性力学行为的精确描述,缺点是确定参数需要开展较多的试验。结合工程实践经验,针对橡胶弹簧出现的大变形问题,以下主要采用基于连续介质力学理论模型中的 N 次多项式模型和Ogden模型开展仿真与论证分析。

1.1 多项式模型

N 阶多项式表示的应变能密度函数 U 如式(1)所示:

$$U = \sum_{i+j=1}^N C_{i,j} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (1)$$

式中:

$C_{i,j}$ ——温度相关性的材料参数;

N ——阶数;

\bar{I}_1, \bar{I}_2 ——平面方向应变偏量,不变量;

D_i ——表征体积变形行为的材料参数;

J ——弹性体积率。

其中 D_i 的值决定材料是否可压缩,如 $D_i = 0$,表示材料是完全不可压缩的。如果 $N = 1$ 则只有线性部分的应变能保留下来,即为M-R模型:

$$U = C_{1,0} (\bar{I}_1 - 3) + C_{0,1} (\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1} (J - 1)^2 \quad (2)$$

如果缺少准确参数通常就使用式(2),M-R模型的应变能函数形式比较简单,且能够对橡胶材料的中小变形时的力学行为进行模拟,但是不能模拟应力应变曲线中的“陡升”阶段,因此当应变较大时,M-R模型与实际情况相差较大。

如果所有 $C_{i,j} = 0 (j \neq 0)$,则得到缩减的多项式模型:

$$U = \sum_{i=1}^N C_{i,0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=0}^N \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (3)$$

当 $N = 3$ 时,多项式模型为减缩多项式的特殊形式,即Yeoh模型:

$$U = \sum_{i=1}^3 C_{i,0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=0}^3 \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (4)$$

Yeoh模型具有良好的模拟橡胶大变形的能力,但是拟合双轴拉伸试验时有较大误差,当材料发生较大变形时,计算结果就会不精确。

1.2 Ogden模型

Ogden模型的应变能以3个方向(x, y, z)主伸长度 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为变量,其应变能的形式为:

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2u_i}{\alpha_i^2} (\beta_1^{\alpha_i} + \beta_2^{\alpha_i} + \beta_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (5)$$

式中:

u_i ——表征材料超弹性变形行为的本构参数,取压力单位;

α_i ——表征材料超弹性变形行为的本构参数,为量纲为一。

其中, $\beta_1 = J^{-1/3} \lambda_1, \beta_2 = J^{-1/3} \lambda_2, \beta_3 = J^{-1/3} \lambda_3$ 。

增大多项式阶数 N 可以提高计算精度,但会导致收敛性变差,工程上通常使用 $N \geq 3$ 的Ogden模型去分析受拉、受压工况下的橡胶变形情况。

总体来说,每种本构模型都有各自适用范围,

因此在进行有限元模拟时,需要结合材料变形特性选择合适的本构模型,从而尽量准确地描述橡胶材料的力学性能。

2 橡胶弹簧有限元建模

2.1 一系橡胶弹簧及性能要求

某地铁车辆用一系橡胶弹簧结构如图2所示,通过在橡胶体内嵌入隔板形成多层橡胶体结构,其中芯轴、外套与隔片通过硫化成一体,橡胶体为轴对称结构,因此具有相等的纵向和横向刚度。芯轴内部开设螺纹孔,通过螺栓与转向架构架连接,外套表面开设通孔,通过螺栓与轴箱连接。

为满足列车动力学要求,一系橡胶弹簧竖向静刚度和横向静刚度的技术要求如表1和表2所示。

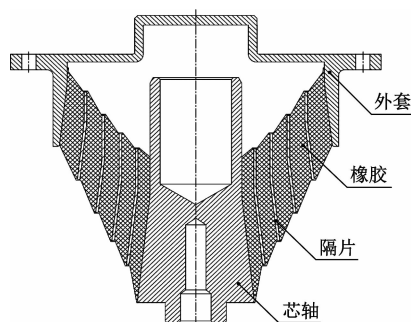


图2 一系橡胶弹簧结构示意图

Fig.2 Structural diagram of primary rubber springs

表1 一系橡胶弹簧竖向静刚度技术要求

Tab.1 Technical requirements of primary rubber spring vertical static stiffness

刚度	竖向加载/ kN	竖向加载计算区间/ kN	刚度允许值/ (N/mm)
k_{v0}	0 ~ 50	22.5 ~ 23.5	575(1 ± 7.5%)
k_{v1}	0 ~ 50	26.5 ~ 27.5	600(1 ± 7.5%)
k_{v2}	0 ~ 50	32.5 ~ 33.5	660(1 ± 7.5%)

表2 一系橡胶弹簧横向静刚度技术要求

Tab.2 Technical requirements of primary rubber spring lateral static stiffness

刚度	竖向预载/ kN	横向加载的 位移控制值/ mm	位移计算区间/ mm	刚度允许值/ (kN/mm)
k_{L0}	23	0 ~ 5	0 ~ 3	≥4.3
k_{L1}	27	0 ~ 5	0 ~ 3	≥4.5
k_{L2}	33	0 ~ 5	0 ~ 3	≥4.7

2.2 有限元模型

由于一系橡胶弹簧为轴对称结构,选取一半的模型进行网格划分,同时简化芯轴和外套的相关倒

角、圆角等结构特征,在 ABAQUS 软件中建立如图3所示的有限元模型。其中,橡胶材料采用天然橡胶,硬度为55度,分别采用 M-R 模型、Yeoh 模型、Ogden 模型进行材料参数拟合,选用 C3D8H 网格单元进行模拟;隔片、外套以及芯轴均为金属材料,选用 C3D8R 网格单元进行模拟。

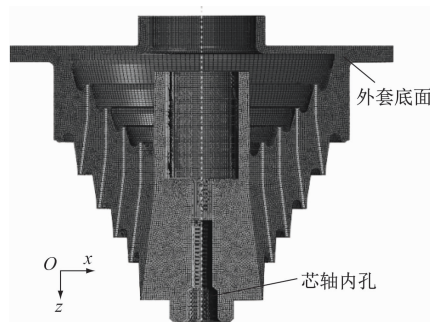


图3 一系橡胶弹簧有限元模型

Fig.3 Finite element model of primary rubber springs

将外套表面节点耦合至参考点1,芯轴内孔节点耦合至参考点2。当计算竖向静刚度时,固定参考点2,对参考点1施加沿 z 方向大小为50 kN的竖向载荷,提取参考点1沿 z 方向的直接作用力 F_3 和位移 d_3 ;当计算横向静刚度时,第一步先固定参考点2,分别对参考点1施加沿 z 方向大小为23 kN、27 kN、33 kN的竖向载荷,第二步固定参考点1,对参考点2施加沿 y 方向大小为5 mm的横向位移,提取参考点2沿 x 方向的反作用力 F_1 和位移 d_1 。

3 仿真计算与试验结果对比分析

基于上述有限元模型,分别采用3种橡胶材料本构模型进行静刚度仿真计算,同步对一系橡胶弹簧试件进行静刚度试验(见图4),以试验结果为基准,从力-位移曲线的贴合度和刚度偏差这两个方面去比较3种橡胶材料本构模型的拟合效果和计算精度。

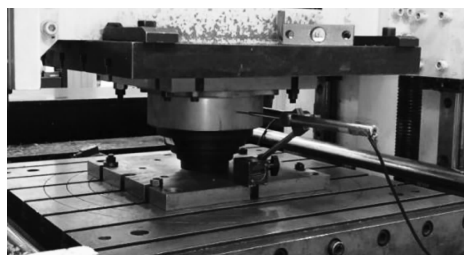


图4 静刚度试验现场

Fig.4 Test site of static stiffness

3.1 竖向静刚度分析

由图 5 可知,相较于 M-R 模型和 Yeoh 模型,采用 Ogden 模型计算得到的竖向力-位移曲线更加贴近试验曲线,说明其拟合效果较好。

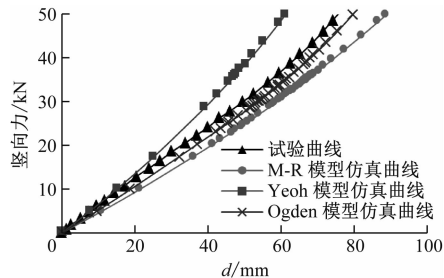


图 5 竖向力-位移曲线对比

Fig. 5 Comparison of vertical force-displacement curves

结合表 3 进一步可知,不同计算区间的试验结果均满足表 1 的技术要求。其中:采用 Yeoh 模型计算得到的仿真值与试验值的偏差均大于 30%,以工程计算精度 $\leq 15\%$ 为参考基准,可视为其计算精度较差;采用 M-R 模型的最大偏差接近 6%,满足工程计算精度要求;相比较而言,Ogden 模型的各项偏差均小于 1.5%,其计算精度最高。

3.2 横向静刚度分析

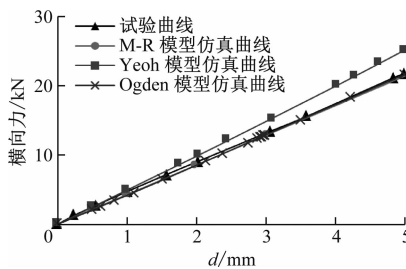
由图 6 可知,相较于 Yeoh 模型,采用 M-R 模型和 Ogden 模型计算得到的横向力-位移曲线更加贴近试验曲线,但在竖向预载 33 kN 下,M-R 模型拟合效果欠佳。

结合表 4 进一步可知,不同竖向预载的试验结

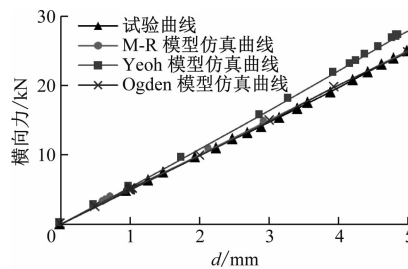
表 3 不同本构模型下的竖向静刚度及其偏差

Tab. 3 Vertical static stiffness and its deviation in different constitutive models

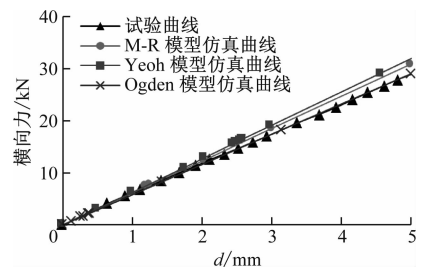
刚度	试验值/(N/mm)	M-R 模型		Yeoh 模型		Ogden 模型	
		仿真值/(N/mm)	偏差/%	仿真值/(N/mm)	偏差/%	仿真值/(N/mm)	偏差/%
k_{v0}	566	532	6.03	774	36.82	568	0.34
k_{v1}	596	570	4.31	820	37.53	598	0.30
k_{v2}	667	630	5.58	893	33.84	676	1.39



a) 竖向预载 23 kN



b) 竖向预载 27 kN



c) 竖向预载 33 kN

图 6 不同预载下的横向力-位移曲线对比

Fig. 6 Comparison of lateral force-displacement curves wider different pre-loading

表 4 不同本构模型下的横向静刚度及其偏差

Tab. 4 Lateral static stiffness and its deviation in different constitutive models

刚度	试验值/(N/mm)	M-R 模型		Yeoh 模型		Ogden 模型	
		仿真值/(N/mm)	偏差/%	仿真值/(N/mm)	偏差/%	仿真值/(N/mm)	偏差/%
k_{L0}	4.38	4.28	2.25	4.95	13.04	4.31	1.57
k_{L1}	4.91	5.02	2.16	5.49	11.84	4.95	0.73
k_{L2}	5.81	6.18	6.44	6.40	10.25	5.81	0.12

果均满足表 2 的技术要求,其中 3 种本构模型计算得到的仿真值与试验值的偏差均小于 15%,满足工程计算精度要求。相比较而言,Ogden 模型的各项偏差均小于 2.0%,其计算精度最高。

4 结语

1) 总结了 3 种超弹性橡胶材料的应变能密度函数模型,分析并比较其适用性,可根据产品实际

应力-应变特性选择适用模型。

2) 采用不同橡胶材料本构模型对地铁车辆转向架中的一系橡胶弹簧静刚度特性进行计算与对比分析。结果表明:采用 Yeoh 模型计算得到的仿真值与试验值的偏差较大;采用 M-R 模型和 Ogden 模型的偏差较小;Ogden 模型的拟合效果和计算精度均为最优。因此,针对本文研究的一系橡胶弹簧,Ogden 模型能够更准确地拟合其静刚度特性。

3) 针对一系橡胶弹簧等大变形产品,可优先选择 Ogden 模型来校验设计方案的合理性。

参考文献

- [1] 卜继玲,黄友剑. 轨道车辆橡胶弹性元件设计计算方法[M]. 北京:中国铁道出版社,2010.
BU Jiling, HUANG Youjian. Design and calculation method of rubber elastic elements for rail vehicles[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2010.
 - [2] 刘建勋,卜继玲. 轨道车辆转向架橡胶弹性元件应用技术[M]. 北京:中国铁道出版社,2012.
LIU Jianxun, BU Jiling. Application technology of rubber elastic elements for railway vehicle bogies[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2012.
 - [3] 严隽毫,傅茂海. 车辆工程[M]. 3版. 北京:中国铁道出版社,2008.
YAN Junmao, FU Maohai. Vehicle engineering[M]. 3rd ed. Beijing: China Railway Publishing House, 2008.
 - [4] 卜继玲,傅茂海. 动车组结构可靠性与动力学[M]. 成都:西南交通大学出版社,2009.
BU Jiling, FU Maohai. Structural reliability and dynamics of EMU[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2009.
 - [5] 丁智平,陈吉平,宋传江,等. 橡胶弹性减振元件疲劳裂纹扩展寿命分析[J]. 机械工程学报,2010,46(22):58.
DING Zhiping, CHEN Jiping, SONG Chuanjiang, et al. Analysis of fatigue crack growth life for rubber vibration damper[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(22): 58.
 - [6] 张琦,时剑文,索双富,等. 基于 Mooney-Rivlin 模型和 Yeoh 模型的橡胶材料有限元分析[J]. 合成橡胶工业,2020,43(6):468.
ZHANG Qi, SHI Jianwen, SUO Shuangfu, et al. Finite element analysis of rubber materials based on Mooney-Rivlin models and Yeoh models[J]. China Synthetic Rubber Industry, 2020, 43(6): 468.
 - [7] 侯传伦,戚援,王慎,等. 基于 Mooney-Rivlin 模型和 Yeoh 模型的橡胶弹性车轮刚度特性分析[J]. 内燃机与配件,2018(11):38.
HOU Chuanlun, QI Yuan, WANG Shen, et al. Stiffness characteristic analysis of rubber resilient wheel based on Mooney-Rivlin model and Yeoh model[J]. Internal Combustion Engine & Parts, 2018(11): 38.
 - [8] 张良,李忠华,马新强. 橡胶 Mooney-Rivlin 超弹性本构模型的参数特性研究[J]. 噪声与振动控制,2018,38(增刊2):427.
ZHANG Liang, LI Zhonghua, MA Xinqiang. Study on parameter characteristics of Mooney-Rivlin hyperelastic constitutive model of rubber[J]. Noise and Vibration Control, 2018, 38(S2): 427.
- 收稿日期:2022-11-25 修回日期:2023-04-06 出版日期:2025-03-10
Received:2022-11-25 Revised:2023-04-06 Published:2025-03-10
· 通信作者:邓梦君,工程师,dengmj@cszic.com
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license
-
- (上接第 164 页)
- [5] 高国飞,张星臣,陈修全,等. 市域快速轨道交通快慢车运行组织下越行站设置方法及模型研究[J]. 铁道学报,2021,43(12):8.
GAO Guofei, ZHANG Xingchen, CHEN Xiuquan, et al. Method of setting overtaking stations and model under express and local coordinated operation of regional rapid rail transit[J]. Journal of the China Railway Society, 2021, 43(12): 8.
 - [6] 梁创佳. 轨道交通市域线越行站配线设计研究[J]. 都市快轨交通,2014,27(3):5.
LIANG Chuangjia. Study of siding design in overtaking station on urban railway[J]. Urban Rapid Rail Transit, 2014, 27(3): 5.
 - [7] 宋仲仲. 快慢车运营组织模式下城市轨道交通越行站配线方案包容性设计研究[J]. 铁道标准设计,2022,66(12):56.
SONG Zhongzhong. Research on inclusive design of overtaking station lines arrangement scheme under the mode of express and normal train operation organization[J]. Railway Standard Design, 2022, 66(12): 56.
 - [8] 徐士伟,叶树峰,莫琼,等. 广州市域(郊)铁路规划建设实践[J]. 城市交通,2021,19(6):21.
XU Shiwei, YE Shufeng, MO Qiong, et al. Metropolitan railway planning and construction in Guangzhou[J]. Urban Transport of China, 2021, 19(6): 21.
 - [9] 刘斌,周少雄. 武汉地铁同台换乘站研究与评价[J]. 都市快轨交通,2016,29(4):43.
LIU Bin, ZHOU Shaoxiong. Research and evaluation of continuous cross-platform interchange station in Wuhan Metro[J]. Urban Rapid Rail Transit, 2016, 29(4): 43.
- 收稿日期:2022-12-12 修回日期:2025-01-02 出版日期:2025-03-10
Received:2022-12-12 Revised:2025-01-02 Published:2025-03-10
· 第一作者:姚燕明,正高级工程师,273935876@qq.com
通信作者:王韬,高级工程师,313919574@qq.com
· ©《城市轨道交通研究》杂志社,开放获取 CC BY-NC-ND 协议
© Urban Mass Transit Magazine Press. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license