

# 城市轨道交通票务收益精确清分模型的研究与应用

陈博轩

(上海轨道交通运营管理中心,200070,上海//高级工程师)

**摘要** 在现有的上海轨道交通票务收益清分模型的基础上提出并设计了“改进清分模型”，通过结合上海轨道交通首末班车时刻表，引入了可达路径判断规则，剔除实际不可达路径，增加了收益清分的精确度。并基于目前上海轨道交通线网的特点，以及运营开始和结束时间，检验了该改进清分模型的可靠性和使用性。

**关键词** 城市轨道交通；票务清分模型；K 短路径法；正态分布

**中图分类号** F530.7

DOI:10.16037/j.1007-869x.2020.03.008

## Study and Application of Accurate Clearing Model of Urban Rail Transit Ticket Revenue

CHEN Boxuan

**Abstract** Based on the existing ticket revenue clearing model of Shanghai rail transit, an accurate clearing model is proposed ad designed. The new model takes the first and last train timetable into account with the introduction of reachable path judgment rule, excludes the actual unreachable paths, so as to increase the accuracy of income distribution. According to the characteristics and the train schedule of Shanghai rail transit network, the reliability and applicability of the refined clearing model are verified.

**Key words** urban rail transit; ticket revenue clearing model; K short path method; normal distribution

**Author's address** Shanghai Rail Transit Operation Management Center, 200070, Shanghai, China

经过 20 多年的建设发展，上海轨道交通已经由初期的“申”字形网络结构发展到了大规模网络化运营阶段。依据线网中各运营主体的贡献度对收益进行公正合理的分配成为票务系统必须解决的问题。现阶段，上海轨道交通采用基于正态分布的 K 短路径清分模型<sup>[1]</sup>来进行线网中不同运营主体所属路径的客流量分配及收益清分。

但在线网中，由于各条线路运营开始和结束时间不一致且无承接性，导致并非所有清分路径在实

际出行时均可达。本文通过设计可达路径判断规则，剔除实际不可达路径，并重新计算路径权重分配比例，提高了收益清分的准确度。

## 1 城市轨道交通票务收益清分模型

现有票务收益清分模型中以图论的方法来表示实际的城市轨道交通网络站与站之间特定的结构关系。换乘站点要根据其所连接的线路数量确定它的逻辑节点，用以明确表示不同线路之间的换乘关系。相邻站点的路径长度为站点间的真实里程；换乘站的路径长度为换乘通道的步行时间折算的虚拟里程。

一般来说，从起始站到终点站可能有数十条路径，但其中可能仅有一部分会被乘客所选择，这些路径称作有效路径。有效路径的计算会影响客流的分布，是收益清分的核心依据。现有模型中，采用 K 短路径法（即求解任意两个站点间的 K 条最短路径）来搜索有效路径，并计算相应的权重分配比例来解决受益分配。

### 1.1 K 短路径算法

K 短路径法是求解任意两个站点间最多 K 条最短路径的实现算法，是基于 Floyd 提出的求解任意二节点间最短路径的算法。该算法通过合理迭代，再加以比较选择<sup>[2]</sup>，主要实现思想如下：

1) 给定图  $G = (V, E)$ ，其中  $V$  表示所有节点的集合， $E$  表示所有边的集合，使用 Dijkstra（或 Floyd）算法求得任意二节点  $v_i, v_j$  间的最短路径  $S^{(1)}(v_i, v_j) = \{e_1^{(1)}, \dots, e_{m_1}^{(1)}\}$ ，其中， $e_r^{(1)}$  是最短路径中的第  $r$  条边，其代价为  $d(S^{(1)}(v_i, v_j)) = \sum_{r=1}^{m_1} d(e_r^{(1)})$ 。

2) 假设当前已经求出了  $k - 1$  短路径  $S^{(1)}(v_i, v_j), \dots, S^{(k-1)}(v_i, v_j)$ ，从每一条路径中选出不重复的

一条边,即  $e_{r_l}^{(l)} \in S^{(l)}(v_i, v_j), l = 1, \dots, k - 1$ , 构成了  $k - 1$  条来自不同路径的不同边的配对集  $\bar{E}_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)} = \{e_{r_1}^{(1)}, \dots, e_{r_{k-1}}^{(k-1)}\}$ , 其中,  $e_{r_1}^{(1)} \neq \dots \neq e_{r_{k-1}}^{(k-1)}$ 。从原图  $G$  中扣除这些边,构造一个辅助图  $G_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)} = [V, E/\bar{E}_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)}]$ , 得到辅助图  $G_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)}$  中  $v_i, v_j$  间的最短路径  $S_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)}$ 。

3) 遍历所有的  $k - 1$  条来自不同路径的不同边的配对集  $\bar{E}_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)}, r_l = 1, \dots, m_l, l = 1, \dots, k - 1, e_{r_1}^{(1)} \neq \dots \neq e_{r_{k-1}}^{(k-1)}$ , 第  $k$  短路径为:

$$S^{(k)}(v_i, v_j) = \operatorname{argmin} d(S_{r_1, \dots, r_{k-1}}^{(k)}) \quad (1)$$

其中:  $r_1 = 1, \dots, m_l, l = 1, \dots, k - 1, e_{r_1}^{(1)} \neq \dots \neq e_{r_{k-1}}^{(k-1)}$ 。

4) 重复步骤 2 和 3, 直到  $k = K$ 。令  $n$  表示图  $G$  的节点数。Dijkstra 算法的时间复杂度为  $O(n^2)$ , K 短路径法的时间复杂度为  $O(n^{K+1})$ 。K 短路径法的计算量与车站的数量相关, 而与车站之间的关系、换乘站的多少没有直接的关系, 计算量相对固定。在实际应用中,一般取  $K \leq 5$ 。

## 1.2 路径权重分配

现有清分模型选用正态分布函数作为路径权重分配模型。通常情况下,随着路径长度的增加,乘客选取该路径的意愿就会加速下降,而正态分布函数右半曲线刚好能用来描述这种关系特性,引入适当的参数后,便能够较为准确地拟合出乘客在各条路径中的分布概率。

对于第  $k$  短路径,首先求出其长度与最短路径的比值  $\hat{S}^{(k)}(v_i, v_j) = \frac{S^{(k)}(v_i, v_j)}{S^{(1)}(v_i, v_j)}$ 。将该比值称为“路径选择敏感度”,其物理意义为:路径长度的增大与乘客对该路径的排斥度增速之间的关系。

随后,将该路径选择敏感度代入均值为 1、标准差(变异度参数)为  $\sigma$  的右半正态函数,求出对应该值的概率密度  $f^{(k)}(v_i, v_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{[\hat{S}^{(k)}(v_i, v_j)-1]^2}{2\sigma^2}}$ 。

通过客流抽样调查并进行曲线拟合,确定  $\sigma$  值,使路径被选择的概率与通过右半正态函数中求得的概率密度成正比,即  $P_r(S^{(k)}(v_i, v_j)) \propto f^{(k)}(v_i, v_j)$ 。由于已假设乘客的选择局限于  $K$  短路径( $K \leq 5$ ),则遍历所有的  $K$  短路径的概率密度,进行归一化处理,即可获得乘客在两个站点  $v_i, v_j$  间选择乘坐第  $k$  短路径的选择概率,即  $P_r[S^{(k)}(v_i, v_j)] =$

$$\frac{f^{(k)}(v_i, v_j)}{\sum_{k_1=1}^K f^{(k_1)}(v_i, v_j)}.$$

在实际计算过程中,对于某两个站点间的多条可选路径,如果起点站和目标站点拥有多条相同的边,则在计算时应扣除相同边的路径长度总和,以保证相同方向上路径比例的一致。

图 1 中,  $P_1$  为最短路径占比,其处于正态分布曲线的峰值位置,  $P_2-P_5$  为其它路径的占比。 $P_1-P_5$  的合计占比等于 100%。在实际计算中,如果路径选择比例小于某个阀值(如 10%),可舍弃该条路径,并把该路径所占比例按照一定的规则(一般按比例),分配到长度较小的几条路径中去。

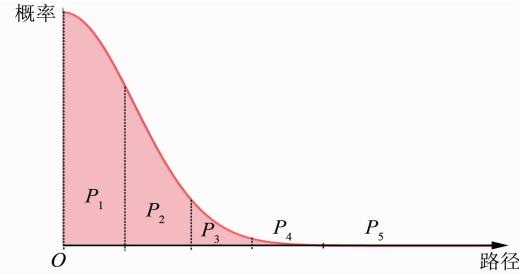


图 1 路径占比示意图

## 2 改进清分模型

### 2.1 预处理

对现有清分模型须作预处理:

1) 将现有清分模型中全线网的所有  $K$  短路径长度折算为时间代价。

2) 简化模型,只保留对路径走向起关键作用的三类节点,即起始站、终点站和换乘站。

3) 引入各站点上下行运营开始和结束时间。

### 2.2 可达路径判断

已知某位乘客从起始站点  $v_i$  进站,最终到达目标站点  $v_j$  的出站时间为  $t_{v_j}$ 。则  $v_i, v_j$  两站点间的第  $k$  短路径为:

$$\begin{aligned} S^{(k)}(v_i, v_j) &= \{e_1^{(k)}, \dots, e_{m_k}^{(k)}\} = \\ &\{(v_{r_0}^{(k)} = v_i, v_{r_1}^{(k)}), \dots, (v_{r_{m_k}-1}^{(k)}, v_{r_{m_k}}^{(k)} = v_j)\} = \\ &(v_{r_0}^{(k)}, \dots, v_{r_{m_k}}^{(k)}) \end{aligned} \quad (2)$$

该路径上任意一条边  $e_{r_l}^{(k)} = (v_{r_{l-1}}^{(k)}, v_{r_l}^{(k)})$  的时间代价为  $d(v_{r_{l-1}}^{(k)}, v_{r_l}^{(k)})$ 。由此可求得乘客选择该路径时,到达某一站  $v_{r_l}^{(k)}$  的时间预计为  $\hat{t}_{v_{r_l}^{(k)}} = t_{v_j} - \sum_{q=l+1}^{m_k} d(v_{r_{q-1}}^{(k)}, v_{r_q}^{(k)})$ 。

于是该乘客到达该路径上各站点的预计时间向量为  $\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)) = (\hat{t}_{v_0^{(k)}}, \dots, \hat{t}_{v_q^{(k)}})$ 。

查询当日各站点上下行首末班车时刻表,令  $t_{v_l^{(k)}}$  表示末班车在站点  $v_r^{(k)}$  的发车时间,该路径上所有站点的发车时间构成发车时间向量  $\mathbf{t}(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)) = (t_{v_0^{(k)}}, \dots, t_{v_q^{(k)}})$ 。

给定两个向量  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  和  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$ ,采用  $x \leq y$  表示  $\forall i = 1, \dots, n, x_i \leq y_i$ 。则第  $k$  短路径可达的条件为  $\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)) \leq \mathbf{t}(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j))$ 。

### 2.3 路径权重分配

如果所有的  $K$  短路径中存在不可达路径,则在计算用户选择各条路径的选择概率时,需要将不可达路径舍弃。假设第  $k$  短路径  $\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)$  为可达路径,则其被选择的概率为:

$$P_r(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)) = \frac{f^{(k)}(v_i, v_j)}{\sum f^{(k_1)}(v_i, v_j)}$$

$$\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)) \leq \mathbf{t}(\mathbf{S}^{(k)}(v_i, v_j)) \quad (3)$$

### 2.4 示例

通过 1 条乘客的进出站站点信息及时间信息对改进清分模型的效果进行演示。乘客的基本交易信息,见表 1。

表 1 交易信息

起始站	进站时刻	终点站	出站时刻	票价/元
上海轨道交通 1 号线莘庄站	22:23:44	上海轨道交通 2 号线广兰路站	23:30:18	6

现有清分模型得到  $K$  条有效路径及权重,见表 2。各收益方的收益分配,见表 3。

表 2 关键节点清分路径及权重

路径序号	路径描述	权重/%
1	莘庄站→人民广场站(1号线换2号线)→广兰路站	27
2	莘庄站→徐家汇站(1号线换9号线)→世纪大道站(9号线换2号线)→广兰路站	26
3	莘庄站→上海体育馆站(1号线换4号线)→世纪大道站(4号线换2号线)→广兰路站	23
4	莘庄站→上海体育馆站(1号线换4号线)→东安路站(4号线换7号线)→龙阳路站(7号线换2号线)→广兰路站	14
5	莘庄站→上海体育馆站(1号线换4号线)→蓝村路站(4号线换6号线)→世纪大道站(6号线换2号线)→广兰路站	10

按改进模型求得到达各关键站点的时间,并与站点的末班车发车时间比较,详见表 4。由表 4 可知,路

径 3—路径 5 均存在到达某站点的时间晚于该站点的末班车发车时间,即路径 3—路径 5 均不可达。

表 3 各收益方收益分配

收益方	收益/元
1 号线	2.24
2 号线	2.10
4 号线	0.76
6 号线	0.04
7 号线	0.36
9 号线	0.50

表 4 各关键站点到达时刻与末班车发车时刻比较

路径序号	站点	到达时刻	比较	末班车发车时刻
1	1 号线人民广场站	22:59:37	<	23:11:00
1	2 号线广兰路站	23:30:18	<	23:52:00
2	1 号线徐家汇站	22:53:06	<	23:00:00
2	9 号线世纪大道站	23:12:00	<	23:17:00
2	2 号线广兰路站	23:30:18	<	23:52:00
3	1 号线上海体育馆站	22:46:24	<	22:58:00
3	4 号线世纪大道站	23:12:00	>	23:03:00
3	2 号线广兰路站	23:30:18	<	23:52:00
4	1 号线上海体育馆站	22:43:06	<	22:58:00
4	4 号线东安路站	22:50:56	>	22:46:00
4	7 号线龙阳路站	23:17:58	<	23:41:00
4	2 号线广兰路站	23:30:18	<	23:52:00
5	1 号线上海体育馆站	22:42:59	<	22:58:00
5	4 号线蓝村路站	23:04:18	>	22:59:00
5	6 号线世纪大道站	23:12:00	>	23:08:00
5	2 号线广兰路站	23:30:18	<	23:52:00

剔除不可达路径后,将不可达路径所占百分比按比例分配到剩余几条有效路径中去。有效路径的权重,见表 5。各收益方的收益分配则见表 6。

表 5 清分改进后关键节点的清分路径及权重

路径序号	路径描述	权重/%
1	莘庄站→人民广场站(1号线换2号线)→广兰路站	51
2	莘庄站→徐家汇站(1号线换9号线)→世纪大道站(9号线换2号线)→广兰路站	49

表 6 清分改进后各收益方收益分配

收益方	收益/元
1 号线	2.62
2 号线	2.43
9 号线	0.95

综上所述,改进后的清分模型剔除了不可达路径,就其所得的收益清分更精确。

### 3 应用推广

改进清分模型除了提高收益清分的准确度外,还能进一步推广到其它精确化应用,如:

(下转第 37 页)

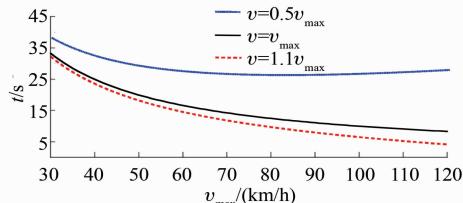


图6 区间列车相对追踪模式曲线

2) 随着  $v_1$  增大, 追踪列车的最小追踪间隔时间不断减小, 即  $v_1$  越大, 追踪列车可以利用前行列车的制动距离越多;

3) 在相对速度追踪模式下,  $v_1$  大于或等于  $v_2$  时,  $t$  较小;

4) 在相对速度追踪模式下, 前行列车以大于  $v_2$  的速度运行(即“撞大软墙”模式)时, 产生的  $t$  最小。

根据仿真分析结果, 提出减小  $t$  的措施如下:

1) 列车在区间以绝对追踪模式运行时, 追踪列车最大允许速度存在最优值, 因此可以在不超过速度限制的前提下调整其运行速度, 以最优追踪速度运行;

2) 在相对速度追踪模式下, 前行列车速度大于或等于追踪列车速度时,  $t$  较小。因此可以在保证安全性的前提下, 调整前后车的运行速度关系;

3) 车-地信息传输时延、司机及设备反应时间也会影响  $t$ , 因此提高车载设备性能、减小信息传输时延也能在一定程度上减小  $t$ 。

## 4 结语

$t$  是衡量移动闭塞列控系统下列车通过能力的

(上接第 33 页)

1) 路径查询: 为乘客提供有效路径查询, 避免发生乘客按原有清分路径无法抵达目的地站的情况, 方便乘客出行, 可提高城市轨道交通服务质量。

2) 精细化运营: 能更加精确地统计各线路首末班车以及常态化和临时开设的加班车等的相关客流数据, 从而以数据为驱动, 提供数字化的运营建议。根据改进清分模型得到的加班车进出站客流统计相关系列报表已在上海轨道交通票务清分中心报表系统中应用。

## 4 结语

本文介绍了上海轨道交通现有的基于正态分

一项重要指标,  $t$  的减小能有效提高列车的运行效率。列车 MA 的发布与  $t$  的计算密切相关。随着通信技术的发展, 列车间直接通信的实现, 可以为列车提供更可靠的防碰撞技术, 相对速度追踪模式下的不安全因素也可以得到大幅度降低, 相对追踪模式的应用可以使  $t$  进一步缩小。

## 参考文献

- [1] 李想, 徐霄.CBTC 系统移动闭塞制式研究 [J]. 城市轨道交通研究, 2015(2): 24.
- [2] 李伟, 唐涛, 王呈, 等. 无线通信延迟对城市轨道交通 CBTC 列车追踪间隔影响研究 [J]. 铁道学报, 2017(7): 73.
- [3] 田长海, 张守帅, 张岳松, 等. 高速铁路列车追踪间隔时间研究 [J]. 铁道学报, 2015(10): 1.
- [4] 鄂春海. 基于通信的列车运行控制(CBTC)系统 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2018.
- [5] 吴曦. 城市轨道交通移动授权设计与实现 [D]. 成都: 西南交通大学, 2014.
- [6] 田志鹏. 移动自动闭塞的列车追踪控制优化研究 [D]. 兰州: 兰州交通大学, 2016.
- [7] 何成才, 杨淘. CBTC 系统中移动闭塞与后备模式追踪间隔研究 [J]. 成都: 西南交通大学学报(自然科学版), 2012(3): 446.
- [8] 辛亚江. 移动闭塞模式的研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2017.
- [9] 朱鹏飞. 高速铁路列车追踪行车模拟研究与分析 [D]. 成都: 西南交通大学, 2013.
- [10] 从亚闻. 基于移动闭塞的移动授权生成机制研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2011.
- [11] 刘文慧, 苗建瑞. 基于闭塞时间理论的移动闭塞追踪间隔时间特性研究 [J]. 山东科技, 2018(6): 55.
- [12] 辛亚江. 移动闭塞下列车在区间追踪运行的研究 [J]. 铁道通信信号, 2016(9): 5.

(收稿日期: 2018-11-22)

布的“K 短路径”清分模型, 并在此基础上设计了可达路径判断规则及路径权重算法, 指出改进模型对提供轨道交通票务收益清分准确度的社会意义和经济意义, 并给出示例及应用推广。

## 参考文献

- [1] 王明中. 城市轨道交通一票(卡)通换乘票务清分系统的研究与实现 [D]. 上海: 上海交通大学, 2004.
- [2] 黄胜, 孟世聪, 胡幼华. 轨道交通系统票务清分算法 [J]. 计算机应用研究, 2004(6): 104.
- [3] 袁菲, 张祎达, 张健颖. 基于改进 PSL-Logit 模型的城市轨道交通票务清分方法 [J]. 交通世界, 2019(27): 158.

(收稿日期: 2018-04-08)