

# 城市轨道交通线网形态和客流分布的分形特征分析\*

陈培文 秦国栋 高德辉

(中国城市建设研究院有限公司综合交通设计研究院, 100120, 北京//第一作者, 工程师)

**摘要** 为研究城市轨道交通线网形态和客流的时空分布变化特征问题, 结合分形理论和客流分配理论, 提出了城市轨道交通线网和客流特征的分形计量方法。提出了 4 个半径维数和 2 个分枝维数指标, 分别对城市轨道交通线网和客流的复杂程度及其变化特征进行数字描述。基于 ArcGIS 软件平台, 以北京地铁为例, 验证了方法的合理性与有效性。实例测算分析结果表明: 北京五环内区域的地铁线网结构和客流分布均存在分形特征; 线网供给和乘客需求基本匹配, 但局部区间和换乘车站超载严重, 线网仍需加密。

**关键词** 城市轨道交通; 分形维数; 线网形态; 客流分布

**中图分类号** U293.1<sup>1+3</sup>; U231

DOI:10.16037/j.1007-869x.2021.08.028

of China Urban Construction Design & Research Institute Co., Ltd., 100120, Beijing, China

Mandelbrot 提出的分形理论 (Fractal Theory)<sup>[1-2]</sup> 可用来分析自然界中不规则物体和复杂现象, 被广泛应用于社会经济、城市发展等领域<sup>[3]</sup>。文献[4-5]等研究了城市轨道交通网络和城市形态的协调性, 其研究结果表明轨道交通网络存在分形现象。既有研究多从轨道交通线网的物理结构入手, 很少将客流特征纳入研究。因此, 本文将分形理论与线网结构研究相结合, 基于刷卡数据建立客流分配模型, 提出 1 套线网和客流的分形量化指标, 用以分析线网结构和客流分布协调性。

## 1 轨道交通线网分形模型

交通领域的分形模型主要有半径维数、分枝维数、覆盖维数及关联维数等<sup>[6]</sup>, 其从不同角度刻画交通网络的分形特性。

### 1.1 半径维数模型

#### 1.1.1 车站维数和线路维数

在 1 个半径为  $r$  的圆形区域, 如果其中的交通网络是分形的, 可通过回转半径法求交通网络的分形维数。定义车站维数和线路维数:

$$S(r) = S_1 r^{D_s} \quad (1)$$

$$L(r) = L_1 r^{D_L} \quad (2)$$

式中:

$S(r)$ ——以测算中心为圆心, 以  $r$  为半径范围内的线网车站数;

$L(r)$ ——以测算中心为圆心,  $r$  为半径范围内的线路总长度;

$S_1$ ——车站常系数;

$L_1$ ——线路长度常系数;

$D_s$ ——车站半径维数;

\* 中国城市建设研究院有限公司科技创新基金课题(Y77T19418)

$D_L$ ——线路半径维数。

### 1.1.2 进站维数和出站维数

与车站维数相似,设在半径为  $r$  的圆范围内车站进站及出站客流量之和分别为  $S_{\text{in}}(r)$  和  $S_{\text{out}}(r)$ :

$$S_{\text{in}}(r) = S_1 r^{D_{S,\text{in}}} \quad (3)$$

$$S_{\text{out}}(r) = S_2 r^{D_{S,\text{out}}} \quad (4)$$

以线网中心点为圆心,,计算不同  $r$  对应圆内的  $S_{\text{in}}(r)$  和  $S_{\text{out}}(r)$ ,并将点列  $(r, S_{\text{in}}(r))$ 、 $(r, S_{\text{out}}(r))$  绘制在双对数坐标中,则点列的线性区域就是无标度区域,直线的斜率就是进站维数  $D_{S,\text{in}}$  和出站维数  $D_{S,\text{out}}$ 。 $D_{S,\text{in}}$  及  $D_{S,\text{out}}$  既能反映线网进站及出站客流量的变化,也能在一定程度上反映城市人口的分布情况。

## 1.2 分枝维数模型

### 1.2.1 分枝维数

半径维数描述了区域城市轨道交通线网内车站和线路的密度及其变化,但不能反映线网的结构状态。分枝维数是网络分形的另一种重要测度,表征网络的连通性和空间复杂度<sup>[7]</sup>。分枝维数通过回转半径法计算,如图 1 所示。取  $r$  为正整数,以  $r$  为半径画圆,形成环带。分枝维数定义如下:

$$N(r) = N_1 r^{D_N} \quad (5)$$

$$N(r) = \sum_{k=1}^r n(k), k \leq r \quad (6)$$

式中:

$N(r)$ ——环带分枝累计数;

$D_N$ ——分枝维数;

$n(k)$ ——第  $k$  号环带中的城市轨道交通网络分枝数; $k=1, 2, \dots, r$ 。

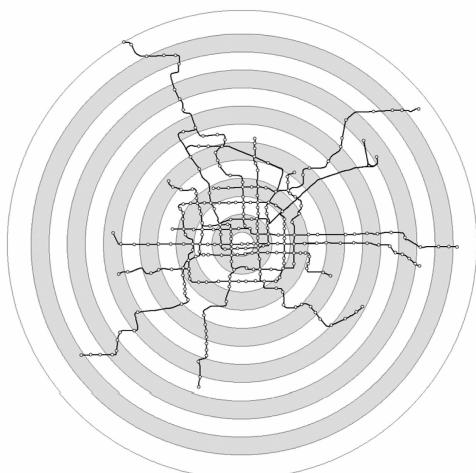


图 1 回转半径法示意图

### 1.2.2 流量维数

流量维数在分枝维数的基础上揭示城市轨道交通客流网络的结构空间复杂性。定义流量维数  $D_F$ ,则:

$$F(r) = \sum_{k=1}^r f(k) = F_1 r^{D_F} \quad (7)$$

$$f(k) = \sum_{i=1}^{S_k} f_i \quad (8)$$

式中:

$F(r)$ ——环带中分枝的断面客流的和;

$f(k)$ ——第  $k$  号环带中网络分枝的客流量之和;

$S_k$ ——第  $k$  号环带中交通网络分枝数目;

$f_i$ ——第  $i$  个分枝的断面客流量,可通过城市轨道交通网络客流分配模型得到。

## 1.3 分形维数协调性

为了量化线网结构形态和乘客出行特征的匹配程度,定义线网与客流的分形协调性指标<sup>[4]</sup>:

$$\varphi = \begin{cases} 1 - \frac{|D_1 - D_2|}{D_2}, & D_1 \leq 2D_2 \\ 0, & D_1 > 2D_2 \end{cases} \quad (9)$$

式中:

$D_1$ ——第 1 类分形维数,可取车站维数或分枝维数;

$D_2$ ——第 2 类分形维数,可取进出站维数或流量维数;

$\varphi$ ——2 类分形维数的协调性指数, $\varphi$  值越大,表示二者协调性越好。

## 1.4 城市轨道交通客流分析方法

在大型的城市轨道交通系统中,乘客在同一次出行中的可选路径较多。因此,本文基于刷卡售检票系统数据建立客流分配模型,计算客流分布情况,并选择多项 Logit 客流分配模型来进行客流分配。

## 2 案例分析

以 2016 年北京地铁网络为案例(18 条运营线路,329 座运营车站),分析线网与客流量的分形特征。

### 2.1 客流量分形特征

选取 2016 年 3 月某工作日的售检票系统数据,

由多项 Logit 客流分配模型得到断面客流量分布可知:全网客流整体呈现从郊区涌入中心城的态势,中心城区部分区间超载严重。

## 2.2 分形维数数值分析

综合考虑了车站区位和每座车站到达全网其他车站最短路径的距离之和最小值等因素,最终选择天安门西站作为北京地铁网络测算中心。

基于以上数据和理论,利用回转半径法对线网进行分形分析,并通过最小二乘拟合计算分形维数,使拟合优度满足精度要求。半径维数和分枝维数计算结果如图 2~图 7 所示。图中横、纵坐标分别表示取对数后的半径和分形统计,斜率即为分形维数值。

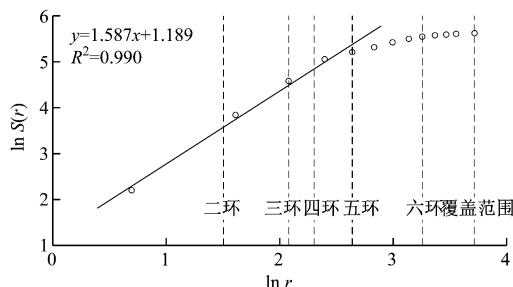


图 2 车站维数图

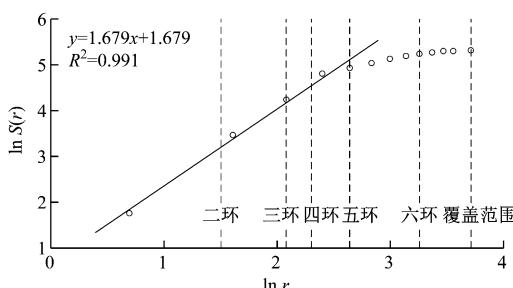


图 3 线路维数图

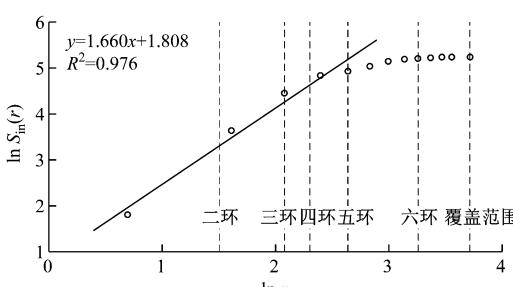


图 4 进站维数图

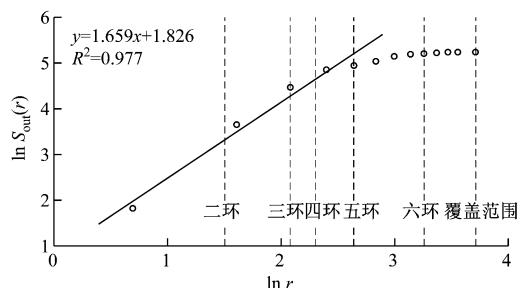


图 5 出站维数图

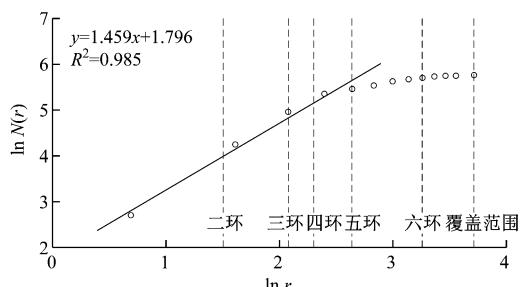


图 6 分枝维数图

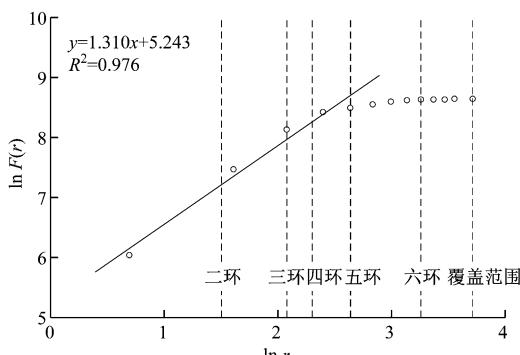


图 7 出站维数图

### 2.2.1 半径维数分析

由图 4 和图 5 可知:① 北京地铁线网结构在五环以内具有明显的分形特征,在五环以外有分形退化现象,即北京地铁的车站密度和线网密度均由测算中心向周边递减;② 现有研究<sup>[8]</sup>表明,轨道交通网络 1.7 左右的分形维数值可以作为判定线网形态结构完善度的 1 个较为合宜的测度值,北京市地铁无标度区的分形维数均小于 1.7,说明虽然五环内轨道交通线网密度较高,但仍存在不足。

由图 6 和图 7 可知:① 客流量分形特征与线网结构分形特征相似,五环以内的进站及出站客流量在线网中的分布具有标度不变性;② 如果把每座车站的权重视为相等且为 1,将每座车站的进站客流量及出站客流量分别视为进站维数与出站维数的权重,而  $D_S > D_{S,in}, D_S > D_{S,out}$ ,说明进站及出站客流

量的衰减幅度比单纯线网车站数量的衰减幅度更大,即客流量在线网的分布更不均衡;③计算进站维数及出站维数的统计数据采用各车站的全天进站及出站客流量, $D_{S,in} \approx D_{S,out}$ ,说明从1 d的时间间隔来看,北京地铁车站的进站及出站客流量基本平衡。

### 2.2.2 分枝维数分析

由图8和图9可知:①五环以内的线网结构和客流量具有明显的分形特性,且随着 $r$ 的增大,无标度区域内的线网连通性和复杂度在逐渐减弱;②如果把分枝维数中每个分枝的权重设为1,把流量维数中每个区间的权重视为断面客流量,而 $D_N > D_F$ ,说明客流使得线网的分形值下降,即随着 $r$ 的增大,线路区间客流量下降迅速,市中心的线网利用率更高;③ $D_{S,in} > D_F$ 、 $D_{S,out} > D_F$ ,说明线路的断面客流量比车站的进站及出站客流量下降得更快,中心区域的线路区间的客流压力比车站的客流压力更大。

### 2.3 线网结构和客流分布的协调性分析

车站维数、线路维数和分枝维数分别反映线网的车站密度、线网密度和连通性由中心向外围的变化趋势,在一定程度上能反映出线网的供给能力。进站维数、出站维数和流量维数基本能反映出乘客的出行需求特征。协调性指标可以量化2个分形维数从城市中心点向周边区域的变化趋势,在一定程度上反映出线网结构和客流分布的关系。线网结构与客流量的分形协调性指数如表1所示。

表1 分形维数协调性指数

分形 维数	协调性指数				
	$D_S$	$D_L$	$D_{S,in}$	$D_{S,out}$	$D_N$
$D_S$					
$D_L$	0.95				
$D_{S,in}$	0.96	0.99			
$D_{S,out}$	0.96	0.99	1.00		
$D_N$	0.91	0.85	0.86	0.86	
$D_F$	0.79	0.72	0.73	0.73	0.89

由表1可知, $D_S$ 、 $D_L$ 、 $D_{S,in}$ 、 $D_{S,out}$ 和 $D_N$ 之间协调性指标均大于0.85, $D_F$ 与其他维数协调性指标均值为0.77。这说明:①北京地铁线网供给和乘客需

求基本匹配,但早高峰时段线网供给还无法完全满足乘客需求,导致局部区间和换乘车站超载严重;②流量维数与其他维数的协调性相对较低是客流分布不均衡的表现之一,即早高峰期间少数的区间和车站聚集过多的客流量,导致客流量分布变化趋势与线网结构特征产生差异。

## 3 结论

1) 在半径维数和分枝维数的基础上,提出城市轨道交通客流量的进站维数、出站维数和流量维数,从分形的角度量化了城市轨道交通客流的时空分布特性,结果表明线网结构和客流分布都具有分形的特性。

2) 以北京地铁为例,验证了线网结构和客流分布分形模型的有效性与算法的合理性。研究发现,北京地铁线网结构特征和客流量分布特征均存在无标度区域和局部退化区域。五环是2个区域的大致分界线,五环以外的区域线网还未发育成熟。

3) 在北京地铁五环以内的区域,线网供给和乘客需求基本匹配,但早高峰时段线网供给还无法完全满足乘客需求,导致局部区间和换乘车站超载严重。

## 参考文献

- [1] MANDELBROT B B. Fractals: form, chance, and dimension [M]. San Francisco: Freeman, 1977.
- [2] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature [M]. San Francisco: Freeman, 1982.
- [3] 辜姣, 邓为炳, 郭龙, 等. 交通网的结构特性[J]. 现代物理知识, 2015(4):12.
- [4] 王玉萍, 陈宽民, 马超群. 城市轨道交通网络与城市形态协调性的量化分析[J]. 铁道工程学报, 2008(11):11.
- [5] 刘杰, 彭其渊, 殷勇. 基于分形理论的城市轨道交通与城市协调性分析[J]. 系统工程, 2018(10):118.
- [6] 冯永玖, 刘妙龙, 童小华. 基于加权长度的交通网络分形维数[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2007(4):32.
- [7] 孙壮志. 城市交通网络形态特征分形计量研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2007(1):29.
- [8] 刘妙龙, 黄蓓佩. 上海大都市交通网络分形的时空特征演变研究[J]. 地理科学, 2004(2):144.

(收稿日期:2019-08-11)